

Cognome e nome ..... Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 90 min.

1. Calcolare le radici terze complesse di

$$w = \left( \frac{\sqrt{3} + i}{13i} \right)^6$$

e scriverle in forma cartesiana.

**Risposta [punti 3]:**

2. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \left( \frac{1}{7} \right)^n - \frac{n^2}{2^n} \cos(n! + 2) + \frac{n \log(n + 2) - \log(n^n)}{\cos\left(\frac{2}{n}\right)} \right]$$

**Risposta [punti 2]:**

3. Discutere la continuità di

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3 \sin(x^\alpha)}{2x^2} - 7x \log(7x) & \text{se } x > 0 \\ \frac{3}{2} & \text{se } x = 0 \\ \frac{3(e^x - 1)^2(1 - \cos(x))}{\log(1 + x^4)} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

nel punto  $x = 0$  al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**Risposta [punti 4]:**

4. Sia data la seguente funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da:

$$f(x) = \arctan(e^{1/(x-1)}) + |x - 1| - 1$$

Determinare il dominio di  $f$ .

**Risposta [punti 0.5]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 3]:**

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

**Risposta [punti 1]:**

---

5. Enunciare il teorema di Weierstrass. Riportare un esempio grafico di una situazione in cui sono soddisfatte tutte le ipotesi del teorema (e di conseguenza anche la tesi è soddisfatta) ed un esempio in cui un'ipotesi e la tesi non sono soddisfatte.

**Risposta [punti 1.5]:**

---

6. Scrivere la definizione di  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$  con  $x_0$  e  $\ell$  finiti. Scrivere l'espressione di una funzione  $f$  non definita in  $x_0 = 0$  per cui  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

**Risposta [punti 1.5]:**