ANALISI MATEMATICA 1 - Test 2 - 14 gennaio 2016 - Allievi - INFLT - ETELT

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 1 ed è il primo addendo dell'argomento dell'esponenziale.

Fila 1

1. dom$f = \mathbb{R}$, non ci sono simmetrie.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ asintoto orizzontale destro; f non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right) e^{1-x/2}, & x > 0 \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{-x}} + \sqrt{-x}\right) e^{1-x/2}, & x < 0 \end{cases}$$

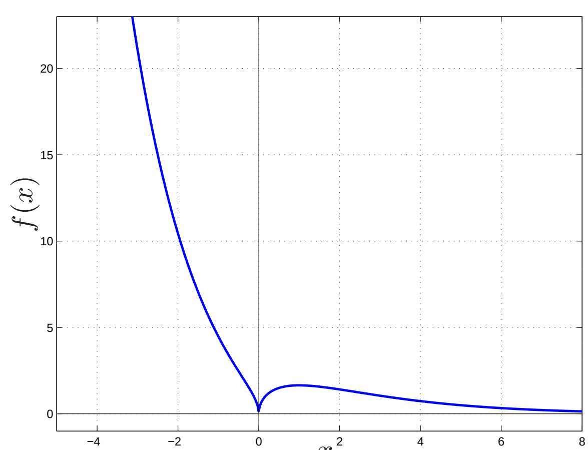
o equivalentemente

$$f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{|x|}\, e^{1-x/2}\left(\frac{1}{x} - 1\right).$$

dom$f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto di cuspide.

f crescente in $]0,1[$, decrescente in $]-\infty,0[$ e in $]1,+\infty[$. $x = 0$ punto di minimo relativo e assoluto (singolare), $x = 1$ punto di massimo relativo stazionario; f è illimitata superiormente.

Abbiamo almeno due punti di flesso, uno in $]-\infty,0[$ e uno in $]1,+\infty[$.
Analisi in $]-\infty,0[$: quando $x \to -\infty$ prevale il comportamento dell'esponenziale $e^{-x/2}$, quindi f è convessa, mentre nell'intorno sinistro del punto di cuspide (punto di minimo) f è concava; essendo f continua e derivabile in $]-\infty,0[$, dovrà esistere almeno un punto di flesso.
Analisi in $]0,+\infty[$: nel punto di massimo relativo $x = 1$, f è concava, mentre quando $x \to +\infty$ la funzione decresce ma ha un asintoto orizzontale, di conseguenza è convessa. Anche qui, essendo f continua e derivabile in $]0,+\infty[$, dovrà esistere almeno un punto di flesso.



2. La serie converge, si applicano il criterio del confronto asintotico e il criterio del rapporto.

3. $\ell = -\frac{1}{2}$

4. $F(x) = \log(x+2) + \dfrac{2}{x+2} - \log 2 - 1$

5. $y(x) = \dfrac{1}{x^3} + \dfrac{2}{x^2}$

Fila 2

1. $\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$, non ci sono simmetrie.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ asintoto orizzontale destro; f non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right) e^{2-x/2}, & x > 0 \\ -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{-x}} + \sqrt{-x}\right) e^{2-x/2}, & x < 0 \end{cases}$$

o equivalentemente

$$f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{|x|}\, e^{2-x/2}\left(\frac{1}{x} - 1\right).$$

$\mathrm{dom} f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto di cuspide.

f crescente in $]0, 1[$, decrescente in $]-\infty, 0[$ e in $]1, +\infty[$. $x = 0$ punto di minimo relativo e assoluto (singolare), $x = 1$ punto di massimo relativo stazionario; f è illimitata superiormente.

Abbiamo almeno due punti di flesso, uno in $]-\infty, 0[$ e uno in $]1, +\infty[$.
Analisi in $]-\infty, 0[$: quando $x \to -\infty$ prevale il comportamento dell'esponenziale $e^{-x/2}$, quindi f è convessa, mentre nell'intorno sinistro del punto di cuspide (punto di minimo) f è concava; essendo f continua e derivabile in $]-\infty, 0[$, dovrà esistere almeno un punto di flesso.
Analisi in $]0, +\infty[$: nel punto di massimo relativo $x = 1$, f è concava, mentre quando $x \to +\infty$ la funzione decresce ma ha un asintoto orizzontale, di conseguenza è convessa. Anche qui, essendo f continua e derivabile in $]0, +\infty[$, dovrà esistere almeno un punto di flesso.

2. La serie converge, si applicano il criterio del confronto asintotico e il criterio del rapporto.

3. $\ell = -\frac{2}{3}$

4. $F(x) = \log(x+3) + \dfrac{3}{x+3} - \log 3 - 1$

5. $y(x) = \dfrac{1}{x^3} + \dfrac{4}{x^2}$

Fila 3

1. $\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$, non ci sono simmetrie.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ asintoto orizzontale destro; f non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right) e^{3-x/2}, & x > 0 \\ -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{-x}} + \sqrt{-x}\right) e^{3-x/2}, & x < 0 \end{cases}$$

o equivalentemente

$$f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{|x|}\, e^{3-x/2}\left(\frac{1}{x} - 1\right).$$

dom$f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto di cuspide.

f crescente in $]0, 1[$, decrescente in $]-\infty, 0[$ e in $]1, +\infty[$. $x = 0$ punto di minimo relativo e assoluto (singolare), $x = 1$ punto di massimo relativo stazionario; f è illimitata superiormente.

Abbiamo almeno due punti di flesso, uno in $]-\infty, 0[$ e uno in $]1, +\infty[$.
Analisi in $]-\infty, 0[$: quando $x \to -\infty$ prevale il comportamento dell'esponenziale $e^{-x/2}$, quindi f è convessa, mentre nell'intorno sinistro del punto di cuspide (punto di minimo) f è concava; essendo f continua e derivabile in $]-\infty, 0[$, dovrà esistere almeno un punto di flesso.
Analisi in $]0, +\infty[$: nel punto di massimo relativo $x = 1$, f è concava, mentre quando $x \to +\infty$ la funzione decresce ma ha un asintoto orizzontale, di conseguenza è convessa. Anche qui, essendo f continua e derivabile in $]0, +\infty[$, dovrà esistere almeno un punto di flesso.

2. La serie converge, si applicano il criterio del confronto asintotico e il criterio del rapporto.

3. $\ell = -\frac{3}{4}$

4. $F(x) = \log(x + 4) + \dfrac{4}{x + 4} - \log 4 - 1$

5. $y(x) = \dfrac{1}{x^3} + \dfrac{6}{x^2}$

Fila 4

1. dom$f = \mathbb{R}$, non ci sono simmetrie.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ asintoto orizzontale destro; f non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right) e^{4-x/2}, & x > 0 \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{-x}} + \sqrt{-x}\right) e^{4-x/2}, & x < 0 \end{cases}$$

o equivalentemente

$$f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{|x|}\, e^{4-x/2}\left(\frac{1}{x} - 1\right).$$

dom$f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto di cuspide.

f crescente in $]0, 1[$, decrescente in $]-\infty, 0[$ e in $]1, +\infty[$. $x = 0$ punto di minimo relativo e assoluto (singolare), $x = 1$ punto di massimo relativo stazionario; f è illimitata superiormente.

Abbiamo almeno due punti di flesso, uno in $]-\infty, 0[$ e uno in $]1, +\infty[$.
Analisi in $]-\infty, 0[$: quando $x \to -\infty$ prevale il comportamento dell'esponenziale $e^{-x/2}$, quindi f è convessa, mentre nell'intorno sinistro del punto di cuspide (punto di minimo) f è concava; essendo f continua e derivabile in $]-\infty, 0[$, dovrà esistere almeno un punto di flesso.
Analisi in $]0, +\infty[$: nel punto di massimo relativo $x = 1$, f è concava, mentre quando $x \to +\infty$ la

funzione decresce ma ha un asintoto orizzontale, di conseguenza è convessa. Anche qui, essendo f continua e derivabile in $]0,+\infty[$, dovrà esistere almeno un punto di flesso.

2. La serie converge, si applicano il criterio del confronto asintotico e il criterio del rapporto.

3. $\ell = -\frac{4}{5}$

4. $F(x) = \log(x+5) + \dfrac{5}{x+5} - \log 5 - 1$

5. $y(x) = \dfrac{1}{x^3} + \dfrac{8}{x^2}$

Fila 5

1. $\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$, non ci sono simmetrie.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ asintoto orizzontale destro; f non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right) e^{5-x/2}, & x > 0 \\ -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{-x}} + \sqrt{-x}\right) e^{5-x/2}, & x < 0 \end{cases}$$

o equivalentemente

$$f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{|x|}\, e^{5-x/2}\left(\frac{1}{x} - 1\right).$$

$\mathrm{dom} f' = \mathbb{R}\setminus\{0\}$, $x = 0$ è punto di cuspide.

f crescente in $]0,1[$, decrescente in $]-\infty,0[$ e in $]1,+\infty[$. $x = 0$ punto di minimo relativo e assoluto (singolare), $x = 1$ punto di massimo relativo stazionario; f è illimitata superiormente.

Abbiamo almeno due punti di flesso, uno in $]-\infty,0[$ e uno in $]1,+\infty[$.
Analisi in $]-\infty,0[$: quando $x\to-\infty$ prevale il comportamento dell'esponenziale $e^{-x/2}$, quindi f è convessa, mentre nell'intorno sinistro del punto di cuspide (punto di minimo) f è concava; essendo f continua e derivabile in $]-\infty,0[$, dovrà esistere almeno un punto di flesso.
Analisi in $]0,+\infty[$: nel punto di massimo relativo $x = 1$, f è concava, mentre quando $x\to+\infty$ la funzione decresce ma ha un asintoto orizzontale, di conseguenza è convessa. Anche qui, essendo f continua e derivabile in $]0,+\infty[$, dovrà esistere almeno un punto di flesso.

2. La serie converge, si applicano il criterio del confronto asintotico e il criterio del rapporto.

3. $\ell = -\frac{5}{6}$

4. $F(x) = \log(x+6) + \dfrac{6}{x+6} - \log 6 - 1$

5. $y(x) = \dfrac{1}{x^3} + \dfrac{10}{x^2}$

Fila 6

1. $\mathrm{dom} f = \mathbb{R}$, non ci sono simmetrie.

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ asintoto orizzontale destro; f non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right) e^{6-x/2}, & x > 0 \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{-x}} + \sqrt{-x}\right) e^{6-x/2}, & x < 0 \end{cases}$$

o equivalentemente

$$f'(x) = \frac{1}{2}\sqrt{|x|}\, e^{6-x/2}\left(\frac{1}{x} - 1\right).$$

$\mathrm{dom} f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto di cuspide.

f crescente in $]0, 1[$, decrescente in $]-\infty, 0[$ e in $]1, +\infty[$. $x = 0$ punto di minimo relativo e assoluto (singolare), $x = 1$ punto di massimo relativo stazionario; f è illimitata superiormente.

Abbiamo almeno due punti di flesso, uno in $]-\infty, 0[$ e uno in $]1, +\infty[$.
Analisi in $]-\infty, 0[$: quando $x \to -\infty$ prevale il comportamento dell'esponenziale $e^{-x/2}$, quindi f è convessa, mentre nell'intorno sinistro del punto di cuspide (punto di minimo) f è concava; essendo f continua e derivabile in $]-\infty, 0[$, dovrà esistere almeno un punto di flesso.
Analisi in $]0, +\infty[$: nel punto di massimo relativo $x = 1$, f è concava, mentre quando $x \to +\infty$ la funzione decresce ma ha un asintoto orizzontale, di conseguenza è convessa. Anche qui, essendo f continua e derivabile in $]0, +\infty[$, dovrà esistere almeno un punto di flesso.

2. La serie converge, si applicano il criterio del confronto asintotico e il criterio del rapporto.

3. $\ell = -\frac{6}{7}$

4. $F(x) = \log(x+7) + \dfrac{7}{x+7} - \log 7 - 1$

5. $y(x) = \dfrac{1}{x^3} + \dfrac{12}{x^2}$