Analisi Matematica 1 — 22 marzo 2016

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 5 ed è il valore che assume f per $x \leq 0$.

Fila 1

1. $\mathrm{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\log 2\}$

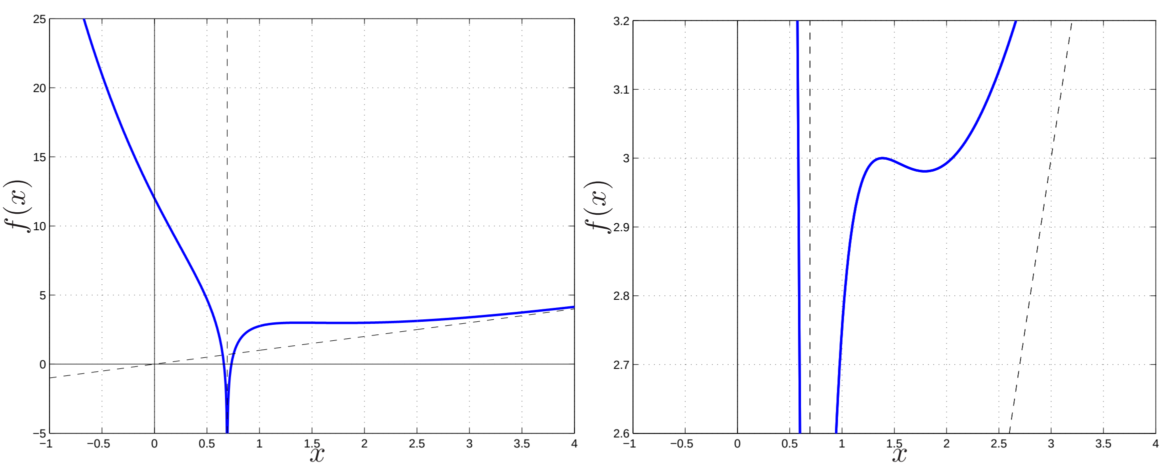
$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to\log 2} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $x = \log 2$ asintoto verticale, $y = x$ asintoto obliquo per $x \to +\infty$; non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = \frac{e^{2x} - 10e^x + 24}{e^x(e^x - 2)}$$

$\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$ non ci sono punti di non derivabilità.

f crescente in $]\log 2, \log 4[$ e in $]\log 6, +\infty[$; $x = \log 4$ punto di massimo relativo stazionario; $x = \log 6$ punto di minimo relativo stazionario; f è illimitata.

Quando $x \to -\infty$, $f(x)$ tende a comportarsi come e^x quindi con la concavità verso l'alto. Per $x \to (\log 2)^-$, f ha un asintoto verticale destro e tende a $-\infty$, quindi ha concavità verso il basso. Essendo f continua e derivabile in $]\log 2, \log 4[$, deve essere presente almeno un punto di flesso in $]-\infty, \log 2[$.
Un altro punto di flesso si trova nell'intervallo $]\log 4, \log 6[$ fra i punti stazionari, essendo f concava in un intorno di $x = \log 4$ e convessa in un intorno di $x = \log 6$. Non ci sono elementi per affermare che esistano altri punti di flesso.



A destra uno zoom del grafico in un intorno dei punti stazionari

2. Il luogo geometrico è un semicerchio di centro $(0, -\frac{1}{2})$, raggio $\frac{3}{2}$, situato nel semipiano $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x - \frac{1}{2}\}$.

3. $\ell = -\frac{2}{3}$

4. La serie converge per $0 \leq \alpha \leq 1$

5. f è derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{0, e\}$; f presenta un punto angoloso in $x = 0$ e un punto di cuspide in $x = e$.

6. Se $\alpha = 1/7$, $\ell = 0$. Se $\alpha > 1/7$, $\ell = -1$. Se $\alpha < 1/7$, $\ell = \infty$.

7. L'integrale vale $\frac{e-2}{2}$

8. $y(x) = (x+2)\arctan x$

Fila 2

1. $\mathrm{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\log 3\}$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to\log 3} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $x = \log 3$ asintoto verticale, $y = x$ asintoto obliquo per $x \to +\infty$; non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = \frac{e^{2x} - 15e^x + 54}{e^x(e^x - 3)}$$

$\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$ non ci sono punti di non derivabilità.

f crescente in $]\log 3, \log 6[$ e in $]\log 9, +\infty[$; $x = \log 6$ punto di massimo relativo stazionario; $x = \log 9$ punto di minimo relativo stazionario; f è illimitata.

Quando $x \to -\infty$, $f(x)$ tende a comportarsi come e^x quindi con la concavità verso l'alto. Per $x \to (\log 3)^-$, f ha un asintoto verticale destro e tende a $-\infty$, quindi ha concavità verso il basso. Essendo f continua e derivabile in $]\log 3, \log 6[$, deve essere presente almeno un punto di flesso in $]-\infty, \log 3[$.
Un altro punto di flesso si trova nell'intervallo $]\log 6, \log 9[$ fra i punti stazionari, essendo f concava in un intorno di $x = \log 6$ e convessa in un intorno di $x = \log 9$. Non ci sono elementi per affermare che esistano altri punti di flesso.

2. Il luogo geometrico è un semicerchio di centro $(0, -\frac{1}{2})$, raggio $\frac{5}{2}$, situato nel semipiano $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x - \frac{1}{2}\}$.

3. $\ell = -\frac{2}{5}$

4. La serie converge per $0 \leq \alpha \leq 1$

5. f è derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{0, e\}$; f presenta un punto angoloso in $x = 0$ e un punto di cuspide in $x = e$.

6. Se $\alpha = 1/6$, $\ell = 0$. Se $\alpha > 1/6$, $\ell = -1$. Se $\alpha < 1/6$, $\ell = \infty$.

7. L'integrale vale $\frac{e-2}{3}$

8. $y(x) = (x+4)\arctan x$

Fila 3

1. $\mathrm{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\log 4\}$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to\log 4} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $x = \log 4$ asintoto verticale, $y = x$ asintoto obliquo per $x \to +\infty$; non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = \frac{e^{2x} - 20e^x + 96}{e^x(e^x - 4)}$$

$\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$ non ci sono punti di non derivabilità.

f crescente in $]\log 4, \log 8[$ e in $]\log 12, +\infty[$; $x = \log 8$ punto di massimo relativo stazionario; $x = \log 12$ punto di minimo relativo stazionario; f è illimitata.

Quando $x \to -\infty$, $f(x)$ tende a comportarsi come e^x quindi con la concavità verso l'alto. Per $x \to (\log 4)^-$, f ha un asintoto verticale destro e tende a $-\infty$, quindi ha concavità verso il basso. Essendo f continua e derivabile in $]\log 4, \log 8[$, deve essere presente almeno un punto di flesso in $]-\infty, \log 4[$.
Un altro punto di flesso si trova nell'intervallo $]\log 8, \log 12[$ fra i punti stazionari, essendo f concava in un intorno di $x = \log 8$ e convessa in un intorno di $x = \log 12$. Non ci sono elementi per affermare che esistano altri punti di flesso.

2. Il luogo geometrico è un semicerchio di centro $(0, -\frac{1}{2})$, raggio $\frac{7}{2}$, situato nel semipiano $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x - \frac{1}{2}\}$.

3. $\ell = -\frac{2}{7}$

4. La serie converge per $0 \leq \alpha \leq 1$

5. f è derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{0, e\}$; f presenta un punto angoloso in $x = 0$ e un punto di cuspide in $x = e$.

6. Se $\alpha = 1/5$, $\ell = 0$. Se $\alpha > 1/5$, $\ell = -1$. Se $\alpha < 1/5$, $\ell = \infty$.

7. L'integrale vale $\frac{e-2}{4}$

8. $y(x) = (x + 6) \arctan x$

Fila 4

1. $\text{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\log 5\}$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to\log 5} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $x = \log 5$ asintoto verticale, $y = x$ asintoto obliquo per $x \to +\infty$; non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = \frac{e^{2x} - 25e^x + 150}{e^x(e^x - 5)}$$

$\text{dom} f' = \text{dom} f$ non ci sono punti di non derivabilità.

f crescente in $]\log 5, \log 10[$ e in $]\log 15, +\infty[$; $x = \log 10$ punto di massimo relativo stazionario; $x = \log 15$ punto di minimo relativo stazionario; f è illimitata.

Quando $x \to -\infty$, $f(x)$ tende a comportarsi come e^x quindi con la concavità verso l'alto. Per $x \to (\log 5)^-$, f ha un asintoto verticale destro e tende a $-\infty$, quindi ha concavità verso il basso. Essendo f continua e derivabile in $]\log 5, \log 10[$, deve essere presente almeno un punto di flesso in $]-\infty, \log 5[$.
Un altro punto di flesso si trova nell'intervallo $]\log 10, \log 15[$ fra i punti stazionari, essendo f concava in un intorno di $x = \log 10$ e convessa in un intorno di $x = \log 15$. Non ci sono elementi per affermare che esistano altri punti di flesso.

2. Il luogo geometrico è un semicerchio di centro $(0, -\frac{1}{2})$, raggio $\frac{9}{2}$, situato nel semipiano $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x - \frac{1}{2}\}$.

3. $\ell = -\frac{2}{9}$

4. La serie converge per $0 \le \alpha \le 1$

5. f è derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{0, e\}$; f presenta un punto angoloso in $x = 0$ e un punto di cuspide in $x = e$.

6. Se $\alpha = 1/4$, $\ell = 0$. Se $\alpha > 1/4$, $\ell = -1$. Se $\alpha < 1/4$, $\ell = \infty$.

7. L'integrale vale $\frac{e-2}{5}$

8. $y(x) = (x + 8) \arctan x$

Fila 5

1. $\mathrm{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\log 6\}$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to\log 6} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $x = \log 6$ asintoto verticale, $y = x$ asintoto obliquo per $x \to +\infty$; non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = \frac{e^{2x} - 30e^x + 216}{e^x(e^x - 6)}$$

$\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$ non ci sono punti di non derivabilità.

f crescente in $]\log 6, \log 12[$ e in $]\log 18, +\infty[$; $x = \log 12$ punto di massimo relativo stazionario; $x = \log 18$ punto di minimo relativo stazionario; f è illimitata.

Quando $x \to -\infty$, $f(x)$ tende a comportarsi come e^x quindi con la concavità verso l'alto. Per $x \to (\log 6)^-$, f ha un asintoto verticale destro e tende a $-\infty$, quindi ha concavità verso il basso. Essendo f continua e derivabile in $]\log 6, \log 12[$, deve essere presente almeno un punto di flesso in $]-\infty, \log 6[$.
Un altro punto di flesso si trova nell'intervallo $]\log 12, \log 18[$ fra i punti stazionari, essendo f concava in un intorno di $x = \log 12$ e convessa in un intorno di $x = \log 18$. Non ci sono elementi per affermare che esistano altri punti di flesso.

2. Il luogo geometrico è un semicerchio di centro $(0, -\frac{1}{2})$, raggio $\frac{11}{2}$, situato nel semipiano $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \ge x - \frac{1}{2}\}$.

3. $\ell = -\frac{2}{11}$

4. La serie converge per $0 \le \alpha \le 1$

5. f è derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{0, e\}$; f presenta un punto angoloso in $x = 0$ e un punto di cuspide in $x = e$.

6. Se $\alpha = 1/3$, $\ell = 0$. Se $\alpha > 1/3$, $\ell = -1$. Se $\alpha < 1/3$, $\ell = \infty$.

7. L'integrale vale $\frac{e-2}{6}$

8. $y(x) = (x + 10) \arctan x$

Fila 6

1. $\text{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\log 7\}$

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to\log 7} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $x = \log 7$ asintoto verticale, $y = x$ asintoto obliquo per $x \to +\infty$; non ammette altri asintoti.

$$f'(x) = \frac{e^{2x} - 35e^x + 294}{e^x(e^x - 7)}$$

$\text{dom} f' = \text{dom} f$ non ci sono punti di non derivabilità.

f crescente in $]\log 7, \log 14[$ e in $]\log 21, +\infty[$; $x = \log 14$ punto di massimo relativo stazionario; $x = \log 21$ punto di minimo relativo stazionario; f è illimitata.

Quando $x \to -\infty$, $f(x)$ tende a comportarsi come e^x quindi con la concavità verso l'alto. Per $x \to (\log 7)^-$, f ha un asintoto verticale destro e tende a $-\infty$, quindi ha concavità verso il basso. Essendo f continua e derivabile in $]\log 7, \log 14[$, deve essere presente almeno un punto di flesso in $]-\infty, \log 7[$.
Un altro punto di flesso si trova nell'intervallo $]\log 14, \log 21[$ fra i punti stazionari, essendo f concava in un intorno di $x = \log 14$ e convessa in un intorno di $x = \log 21$. Non ci sono elementi per affermare che esistano altri punti di flesso.

2. Il luogo geometrico è un semicerchio di centro $(0, -\frac{1}{2})$, raggio $\frac{13}{2}$, situato nel semipiano $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x - \frac{1}{2}\}$.

3. $\ell = -\frac{2}{13}$

4. La serie converge per $0 \leq \alpha \leq 1$

5. f è derivabile in $\mathbb{R} \setminus \{0, e\}$; f presenta un punto angoloso in $x = 0$ e un punto di cuspide in $x = e$.

6. Se $\alpha = 1/2$, $\ell = 0$. Se $\alpha > 1/2$, $\ell = -1$. Se $\alpha < 1/2$, $\ell = \infty$.

7. L'integrale vale $\frac{e-2}{7}$

8. $y(x) = (x + 12) \arctan x$