Cognome e nome .... Firma ....

Matricola .... Corso di Laurea: ◊ INFLT, ◊ ETELT, ◊ AUTLT, ◊ MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{|x|}\, e^{1-x/2}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 2.5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.
Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.
Risposta [punti 1]:

---

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$\left(\frac{1}{2^2}z^2 + |e^{i\pi 2}|\right)\left(z^3 + i2^3\right) = 0$$

e scriverle in forma cartesiana.

Risposta [punti 3]:

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\left(1+\sin\frac{\pi n^2}{n^2+7}\right)(n+1)^2}{(n!+1)\left(e^{3/(n+1)!}-1\right)\sqrt{n^{(2+2\sqrt{2})\alpha}+7\sin(n^n)}}$$

Risposta [punti 3]:

---

4. Discutere il carattere della serie

$$\sum_{n=7}^{\infty} \frac{n^2+n!+\cos(n^n)}{(n+1)^n+2^n}$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{1+x^2-e^{x\sin x}+\log\left(1+\frac{4}{3}x^4\right)}{4x^2\left[e^x-\frac{1}{2}(1+e^{2x})\right]}$$

Risposta [punti 3.5]:

---

6. Discutere la continuità della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\left(e^{\left(\frac{\sin x}{x}-1\right)}-1\right)(1+x)^{1/x}}{\alpha\ \arctan(x^2)} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

in $x=0$, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Risposta [punti 3]:

---

7. Calcolare la primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ di

$$f(x) = \frac{e^x}{(2+e^x)(1+2e^{-x})}$$

tale che $\lim_{x\to-\infty} F(x) = \log 2$.

Risposta [punti 3]:

---

8. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} xy' + 3y = \dfrac{2}{x^2} \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
