

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 90 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{3}{2} \left[\frac{3}{2} \sqrt[3]{\arctan^2(x)} - \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}} |\arctan(x)| \right].$$

Sappiamo che $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$, che f è pari e che ammette un asintoto orizzontale completo $y = \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2} - \sqrt[3]{2} \right) \left(\frac{\pi}{2} \right)^{2/3}$.

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2.5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2.5]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 0.5]:

2. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{2} \sin(3x^2) - \cos x + e^{x^2}}{(\sin x)^{7\alpha+1}}$$

Risposta [punti 3]:

3. Discutere al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (n!)^{3\alpha} \frac{e^n}{(2n+1)!}$$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2 + 2x + 2} dx$$

Risposta [punti 1.5]:

5. Determinare \tilde{y} soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 5 \frac{2 \cos^2 x - 1}{\sin(2x)} y = \cos(2x) & \text{con } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{7} \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:
