

---

Cognome e nome ..... Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT,  $\diamond$  MECLT,  $\diamond$  AUTLT,  $\diamond$  MATLT,  $\diamond$  MECMLT

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 2\sqrt{2}x - \sqrt{|4e^x - 6|}.$$

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 0.5]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 2]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2.5]:**

Senza calcolare la derivata seconda di  $f$  discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

**Risposta [punti 1]:**

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

**Risposta [punti 1]:**

---

2. Determinare il luogo geometrico  $A$  dei punti  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\frac{(z + 2i)(\bar{z} - 2i) - 1}{|z| + 1} \in \mathbb{R}^-$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Calcolare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\arctan((\alpha - 1)^n) \left(e^{\frac{1}{n}} - 1\right)}{\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1}}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x(e^x - 1 - \log(1 + x))^{7\alpha}}{\arctan x - \sin x + x^3}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Discutere al variare di  $\beta \in \mathbb{R}$  il carattere dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{[\arctan(\log(1 + x^2))]^3}{x^\beta \log(1 + x^2)}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Siano  $\alpha \geq 0$  e  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da

$$f(x) = \begin{cases} e^{\frac{\alpha-8}{x-1}} & \text{se } x > 1 \\ 1 & \text{se } x = 1 \\ |x-1|^{\alpha-7} & \text{se } x < 1. \end{cases}$$

Determinare per quali valori di  $\alpha \geq 0$   $x = 1$  è punto di discontinuità eliminabile.

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{1/2} \frac{7x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

8. Calcolare la soluzione del problema

$$\begin{cases} y'' - y' - 2y = e^{-x} \\ y(0) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)e^{-2x} = 1 \end{cases}$$

**Risposta [punti 3]:**

---