
Cognome e nome Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECLT, \diamond AUTLT, \diamond MATLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{3}{2} \left[\frac{3}{2} \sqrt[3]{\arctan^2(x)} - \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}} |\arctan(x)| \right].$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2.5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2.5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso e localizzarli.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo geometrico A dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\frac{z + iz}{|z|^2 + |z| + 1} \in \mathbb{R}^+$$

Quindi determinare l'unico punto $z \in A$ tale che $|z| = 7$.

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin(e^{-n}) \left[\frac{1}{7^n} + 2^n \right] + 3}{n [\log(n+2) - \log n]}$$

Risposta [punti 3]:

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{2} \sin(3x^2) - \cos x + e^{x^2}}{(\sin x)^{7\alpha+1}}$$

Risposta [punti 3]:

5. Discutere al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (n!)^{3\alpha} \sinh\left(\frac{e^n}{(2n+1)!}\right)$$

Risposta [punti 4]:

6. Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^1 \frac{2x+3}{x^2+2x+2} dx$$

Risposta [punti 4]:

7. Determinare \tilde{y} soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 5 \frac{2 \cos^2 x - 1}{\sin(2x)} y = \cos(2x) & \text{con } 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{7} \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:
