
Cognome e nome Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECLT, \diamond AUTLT, \diamond MATLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 3 \log \left(\frac{1 + \sin x}{2 + \sin x} \right) + \frac{5}{2 + \sin x}.$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie. Verificare che f sia periodica di periodo 2π .

Risposta [punti 1.5]:

Limitatamente all'intervallo $[0, 2\pi]$, calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti.

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1.5]:

Limitatamente all'intervallo $[0, 2\pi]$, studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 3]:

Sulla base del grafico di f (quindi disegnarlo sul foglio di protocollo) discutere la possibile esistenza di punti di flesso nell'intervallo $[0, 2\pi]$.

Risposta [punti 2]:

2. Determinare (in forma algebrica/cartesiana) le radici cubiche del numero complesso

$$w = \frac{e^{4i\pi}(1+i)^{30}}{(1-i)^{20}}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{n^2 + 3} - n) \cos n + 7n^\alpha}{\sqrt{n^5 + 3} + \log\left(\frac{1}{7^n}\right)}$$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 \log(3 + x) - x^2 \log x - 3x)$$

Risposta [punti 3]:

5. Discutere al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ il carattere dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{(e^{7x} - 1)^\beta}{\sinh(49x)} dx.$$

Risposta [punti 4]:

6. Sia $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = e^{3\sqrt{x}}$. Calcolare il polinomio di Taylor di ordine 2 in $x = 1$.

Risposta [punti 2]:

7. Determinare la primitiva $F(x)$ della funzione

$$f(x) = \cos(\log x)$$

tale che $F(1) = 1$.

Risposta [punti 3]:

8. Sia \tilde{y} la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = x \\ y(0) = -\frac{3}{4} \\ y'(0) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)/x$.

Risposta [punti 3]:
