
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECLT, \diamond AUTLT, \diamond MATLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log(x) e^{2/\log x}.$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1.5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f discutere la possibile esistenza di punti di flesso.

Risposta [punti 1]:

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo geometrico A dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$(|\operatorname{Re}(z)| + 3|\operatorname{Im}(z)|) \left(z\bar{z} - (\operatorname{Re}(z))^2 - ie^{\frac{3}{2}\pi i} - \frac{z + \bar{z}}{2} \right) = 0.$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{(n+1)! - n!}{3n^{n+1}} + \frac{\cos \frac{1}{n} - \cos \frac{1}{n^2}}{3n^\beta} \right]$$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos(x^2)}}{3x \sin x + 3x^2 \cosh x + 6 \log(1 - x^2)}.$$

Risposta [punti 3]:

5. Discutere al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta^{n+3}}{7^n \arctan(n) \log(n^3 + 1)}$$

Risposta [punti 4]:

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(e^{1-x} - 1)^{7\alpha}}{\sin(1 - x^2)} & \text{se } x < 1 \\ 0 & \text{se } x = 1 \\ (x - 1)^2 \log(x - 1) & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Discutere, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, la continuità di f in $x = 1$.

Risposta [punti 3]:

7. Determinare la primitiva $F(x)$ della funzione

$$f(x) = \frac{e^{3x} - 1}{e^{3x} + 1}$$

tale che $F(0) = \frac{\log 4}{3}$.

Risposta [punti 3]:

8. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{y}{x} = \sin(7x) \\ y(2\pi) = -\frac{1}{7} \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
