

---

Cognome e nome ..... Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT,  $\diamond$  MECLT,  $\diamond$  AUTLT,  $\diamond$  MATLT,  $\diamond$  MECMLT

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x^2(2\log^2|x| + 4\log|x| - 10).$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Senza calcolare la derivata seconda, dire se  $f$  ammette eventuali punti di flesso e localizzarli.

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Dopo aver calcolato  $z_0, z_1, z_2$ , radici terze complesse di

$$w = e^{7+2\pi i},$$

calcolare la somma  $s = z_0 + z_1 + z_2$  e il prodotto  $p = z_0 \cdot z_1 \cdot z_2$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log((n+2)!) - \log n!}{n \left( \sqrt[n]{n^3} - 1 \right)}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Discutere al variare di  $\beta \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[ 1 - \cos \left( \sqrt{3 + n^{2(\beta-1)}} - n^{\beta-1} \right) \right]$$

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Discutere la derivabilità di

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(7x) & \text{se } x \leq 0, \\ 7(e^{x^{\alpha-7}} - \cos x) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

al variare di  $\alpha > 7$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \left( \sqrt{1 + x^4/7} - 1 \right)}{6 \left( e^{-x^2} - 2 \cos x + 1 \right)}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Calcolare l'integrale

$$\int_{-1/7}^0 \frac{\sqrt{1+7x}}{1 + \sqrt{1+7x}} dx.$$

**Risposta [3 punti]:**

---

8. Determinare  $\tilde{y}$  soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(3x^2 - 2y), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

**Risposta [3 punti]:**

---