Cognome e nome ....Firma......................Matricola......................

Corso di Laurea: ♢ INFLT, ♢ ETELT, ♢ MECLT, ♢ AUTLT, ♢ MATLT, ♢ MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{2 - \sin x} + \frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{|\sin x|}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie. Verificare se f è periodica di periodo 2π
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 2.5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 3.5]:

---

2. Scrivere in forma algebrica/cartesiana le radici quarte complesse di

$$w = \frac{\sqrt{3}i - 1}{|1+i|^2}\left[\mathrm{Re}(|e^{i7\pi}|) + \mathrm{Im}\left(\frac{3i-2}{i}\right)\right].$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty}\left[\frac{(n-\sqrt{1+n^2})n^\alpha}{\cos\frac{2}{n^2}-1}\log(1+\frac{2}{n^2})+\frac{(-1)^n}{2n^2}\right].$$

Risposta [punti 4]:

---

4. Si consideri la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\left(1-e^{-1/n^n}\right)e^{(n+\beta-3)\log n}$$

Si calcoli $\sup\mathcal{A}$, essendo $\mathcal{A}=\{\beta\in\mathbb{R}$ tali che $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge$\}$.

Risposta [punti 4]:

---

5. Sia

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\arctan(x-1)-\sin(x-1)}{(x-1)^3} & \text{se } x<1\\ 3 & \text{se } x=1\\ \dfrac{(x-1)^{14}}{12\log(1+(x-1)^7)-12\sinh((x-1)^7)} & \text{se } x>1\end{cases}$$

Discutere la continuità di f in $x=1$ e classificare l'eventuale punto di discontinuità.

Risposta [punti 4]:

---

6. Calcolare l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty}\frac{3}{x^2}\arctan\frac{1}{x}dx\,.$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Determinare la soluzione $\tilde{y}(x)$ dell'equazione differenziale

$$y''+2y'+y=3e^{-x}\,,$$

tale che $\lim_{x\to+\infty}(e^x\tilde{y}(x)-\frac{3}{2}x^2)=\pi$

Risposta [punti 4]:
