

Cognome e nome Firma..... Matricola.....

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECLT, \diamond AUTLT, \diamond MATLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{|e^x - 3|}{e^x - 2}}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2.5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1.5]:

Senza calcolare la derivata seconda, dire se f ammette eventuali punti di flesso e localizzarli.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\frac{\operatorname{Re}(z + 7e^{i\frac{\pi}{2}}) + \operatorname{Im}(z\bar{z} - 2)}{||z| - 2|} \in \mathbb{R}^+.$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^n \cos n - n^{2n}}{(n+2)^{2n} + n!}$$

Risposta [punti 3]:

4. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e

$$f(x) = \begin{cases} (2+x^2)^\alpha & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{\log(1+\sin^2(2x))}{\arctan x^\alpha} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Discutere la continuità di f in $x = 0$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e classificare gli eventuali punti di discontinuità.

Risposta [punti 4]:

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{6 \log(1 + 2(x - \sin x)) - 4x^3}{x^\alpha}.$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare la media integrale della funzione

$$f(x) = \frac{1}{e^x - 1}$$

sull'intervallo $[\log 2, \log 3]$.

Risposta [punti 3]:

7. Determinare per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_0^2 \frac{1 - \cos x}{x^\beta \log(1 + \sqrt[2]{x})} dx.$$

Risposta [3 punti]:

8. Determinare \tilde{y} soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{\sqrt{2}}{3}(2+y^2)e^{2x} \\ y(0) = \sqrt{2} \tan \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Risposta [3 punti]:
