

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECLT, \diamond AUTLT, \diamond MATLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{1}{1 - 2 \sin x} \exp\left(\frac{1}{2 \sin x - 1}\right).$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio A della restrizione di f in $[0, 2\pi]$.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 3]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1.5]:

Studiare la crescita e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2.5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f , dire se f ammette eventuali punti di flesso e localizzarli.

Risposta [punti 2]:

2. Scrivere il numero complesso

$$z = 6 \left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{3} + i)} \right)^2$$

in forma esponenziale.

Risposta [punti 3]:

3. Determinare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$ il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log\left(1 + \frac{7}{n^\alpha}\right) [(n+1)! - n!]}{n! + \cos^2(7n)}$$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-2e^{2x} + 2 + \log(1 + 4x)}{x \sin x}.$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare l'integrale

$$\int_{e^{-1}}^3 \frac{\log x^2}{x^2} dx$$

Risposta [punti 3]:

6. Determinare per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\sinh x}{e^{\beta x} x^{\beta/2}} dx.$$

Risposta [punti 4]:

7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y = \frac{17}{4}e^{x/2}, \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:
