

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT,  $\diamond$  MECLT,  $\diamond$  AUTLT,  $\diamond$  MATLT,  $\diamond$  MECMLT

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x - 2 \log(1 + x^2) + 2 \arctan |x|.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 2]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2,5]:**

Calcolare la derivata seconda di  $f$  e studiare concavità convessità.

**Risposta [punti 2,5]:**

---

2. Determinare le soluzioni in campo complesso della equazione seguente

$$(z^2 - 49i)(z^4 - 7) = 0.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Calcolare il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 \log(n^2 + 7) - 2n^2 \log n).$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Stabilire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  la serie numerica

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left( \frac{2-\alpha}{2} \right)^n (\log(n+2) - \log n)$$

è convergente.

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Al variare di  $\beta \in \mathbb{R}$ , calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt[3]{x-2} - 3 \log^2(1 + \sqrt[3]{x-2})}{(\sinh(x-2) - \sin(x-2))^\beta}.$$

**Risposta [punti 4]:**

---

6. Calcolare l'integrale

$$\int_4^9 \frac{1 + e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

**Risposta [3 punti]:**

---

7. Calcolare il  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)$ , dove  $\tilde{y}$  è la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x^5 y' + 7x^4 y = x^4 - 1, \\ y(1) = 0 \end{cases}.$$

**Risposta [4 punti]:**

---