Cognome e nome ....Firma......................Matricola......................

Corso di Laurea: ♢ INFLT, ♢ ETELT, ♢ MECLT, ♢ AUTLT, ♢ MATLT, ♢ MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log(1 + \arctan|x-2|) + \frac{4}{\pi+4}\arctan(x-2)\,.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti, sapendo che: $\log(1+\frac{\pi}{2})+\frac{2\pi}{\pi+4} \simeq 1.82$, $\log(1+\frac{\pi}{2})-\frac{2\pi}{\pi+4} \simeq 0.06$ e $\log(1+\frac{\pi}{4})-\frac{\pi}{\pi+4} \simeq 0.14$.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f (tenere presente che $\log(1+\frac{\pi}{2}) > \frac{2\pi}{\pi+4}$).

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda, dire se f ammette eventuali punti di flesso e localizzarli.

Risposta [punti 1]:

---

2. Determinare il luogo dei punti del piano di Gauss definito dall'insieme dei numeri complessi

$$\{z \in \mathbb{C} :\ \left[2(\overline{z}^2 + |z|^2) + 3iz\right] \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}\}\,.$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n\left(e^{\sqrt[n]{n}-1}-1\right)}{7\log n}$$

Risposta [punti 4]:

---

4. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie numerica

$$\sum_{n=2}^{+\infty}\left(e^{(\alpha-7)n}\,\frac{\sqrt{n}}{n^2+1}+\frac{\log(n^n)}{n^{\alpha+2}(\log n)^3}\right)$$

è convergente.

Risposta [punti 4]:

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0}\frac{e^{-x}+\log(\frac{1+x}{e})}{2(\cosh x-1)\sinh x}\,.$$

Risposta [punti 4]:

---

6. Sia $F :]\frac{1}{2}, +\infty[\to \mathbb{R}$ la primitiva di

$$f(x)=\frac{1}{2x\sqrt{2x-1}}$$

tale che $F(1)=0$. Calcolare $\lim_{x\to+\infty} F(x)$.

Risposta [3 punti]:

---

7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{4x\sqrt{y}}{3}\log(1+x^2)\,, \\ y(0)=\frac{1}{3^2} \end{cases}.$$

Risposta [4 punti]:
