

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MECLT, \diamond AUTLT, \diamond MATLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{|e^{x-2} - 3|} - 2x.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f .

Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2.5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo per f . Stabilire se f è limitata superiormente e/o inferiormente.

Risposta [punti 3.5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f , dire se f ammette eventuali punti di flesso e localizzarli.

Risposta [punti 1]:

2. Determinare l'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} (|z| + \operatorname{Re}z)^2 (\operatorname{Im}z - 3\operatorname{Re}z + 4) \geq 0, \\ |z - \frac{4}{3}| \leq 1. \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right) (n+1)^\alpha \left(\sqrt{n + e^{1/n^7}} - \sqrt{n+1}\right)$$

Risposta [punti 4]:

4. Stabilire per quali $\beta \in \mathbb{R}$ la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^{|\beta-7|} \sin\left(\sqrt{n^4+1} - n^2\right)$$

è convergente.

Risposta [punti 4]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(x^2\sqrt{2})) - x \sin x + x^2}{\frac{x^4}{6}}.$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare la primitiva di

$$f(x) = \frac{x+1}{x^3-x^2}$$

sull'intervallo $]1, +\infty[$.

Risposta [punti 3]:

7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x^2+1)y' + 2xy = \sin^2(7x), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:
