

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT,  $\diamond$  MECLT,  $\diamond$  AUTLT,  $\diamond$  MATLT,  $\diamond$  MECMLT

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arctan \frac{x+2}{\log(x+2)}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare  $\lim_{x \rightarrow -1^\pm} f'(x)$  e dire se la funzione è derivabile in  $x = -1$ .

**Risposta [punti 1]:**

Senza calcolare la derivata seconda, dire se  $f$  ammette eventuali punti di flesso e localizzarli.

**Risposta [punti 1]:**

---

2. Determinare il luogo geometrico dei punti  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$(z^2 + |z|^2) \operatorname{Im}((1 - 2i)z) = 0.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Calcolare il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 \left( \sqrt{n^4 + \cos\left(\frac{1}{n!}\right)} - \sqrt{n^4 + 1} \right) (n! + \sin n)^2}{\log\left(1 + \frac{1}{3n^2}\right)}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

4. Stabilire per quali  $\alpha \geq 0$  la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{7^n - \sin n}{(\alpha^n + n^2 + 7)(n^7 + 1)}$$

è convergente.

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi - 2 \arctan x}{e^{-x} + \frac{1}{x} - \sin\left(\frac{1}{x}\right)}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

6. Calcolare l'integrale

$$\int_{\frac{1}{7}}^1 \frac{7dx}{x\sqrt{49 - \log^2 x}}$$

**Risposta [3 punti]:**

---

7. Calcolare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{3x^2}{x^2+1} y^2, \\ y(0) = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

**Risposta [4 punti]:**

---