
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 90 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{5 \log x}{1 + \log^2 x} + 3 \arctan(\log x).$$

Sapendo che $\text{dom} f =]0, +\infty[$, che $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\frac{3}{2}\pi$, che $y = \frac{3}{2}\pi$ è asintoto orizzontale e che non vi sono asintoti verticali né asintoti obliqui, tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1,5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f , dire se f ammette eventuali punti di flesso e localizzarli.

Risposta [punti 2]:

2. Discutere il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\frac{n}{7} \left(e^{\frac{1}{n}} - 1 \right) \right]^n$$

Risposta [punti 2]:

3. Determinare per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ esiste finito il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + \log(1+x) - 1}{x(1 - \cos(2x))^{7\beta}}.$$

Risposta [punti 4]:

4. Calcolare l'integrale

$$\int_2^8 \frac{dx}{2\sqrt{x} + x\sqrt{x}}.$$

Risposta [3 punti]:

5. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{7 \sin(2x)}{1 + \cos^2 x} y = 0, \\ y(0) = 2^7. \end{cases}$$

Risposta [3 punti]:
