

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond AUTLT, \diamond MECLT, \diamond MATLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{e^x - 2}} + \log |e^x - 2|.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 3]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1.5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1.5]:

2. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\frac{7}{e^{i\pi/2}} z^2 \bar{z} + \frac{\operatorname{Im} z}{e^{3i\pi}} + i7|z|^2 \operatorname{Re} z = 0.$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(\sqrt{n + \cos\left(\frac{4}{n}\right)} - \sqrt{n+1}\right)(n^2 + \log n)}{\log\left(1 + \frac{2}{\sqrt{n}}\right)}.$$

Risposta [punti 4]:

4. Dire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\log(1+3x)) - e^{3x} + \cos x}{(\sin x)^{3\alpha}}$$

vale 0.

Risposta [punti 4]:

5. Sia $F :]\frac{1}{2}, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la primitiva di

$$f(x) = \frac{1}{2x\sqrt{2x-1}}$$

tale che $F(1) = 0$. Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$.

Risposta [4 punti]:

6. Determinare per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ converge l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\arctan\left(\frac{1}{x^3}\right)}{x^\beta \log(1 + \arctan x)} dx.$$

Risposta [punti 4]:

7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' = 1, \\ y(0) = \frac{1}{2}, \quad y'(0) = 0. \end{cases}$$

Risposta [4 punti]:
