

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond AUTLT, \diamond MECLT, \diamond MATLT, \diamond MECMLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log \left(2 + \sqrt{\frac{|\sin x|}{2 + \cos x}} \right)$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2.5]:

Studiare la crescita e decrescita di f in $]0, 2\pi[$ calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2.5]:

2. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ appartenenti all'intersezione $A \cap B$, dove

$$A = \{z \in \mathbb{C} : z^4 + 2^4 = 0\} \quad \text{e} \quad B = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z - \frac{1}{2} |\operatorname{Re} z| < 0 \right\}.$$

Risposta [punti 4]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(1 + \frac{1}{n^2} \right)^n - 1 \right]^{\sqrt[2]{n}}$$

Risposta [punti 4]:

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1 + 7^x)}{\log^2 x} \left(1 - \cos \frac{\log x}{\sqrt{x}} \right)$$

Risposta [punti 4]:

5. Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la serie numerica

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(-1)^n (n^{\frac{3}{2}} + 1)}{n^\alpha [\sqrt{n + \log^2 n} - \sqrt{n}]}$$

converge assolutamente.

Risposta [4 punti]:

6. Calcolare il valore dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(7x)}{(x+1)^2} dx$$

Risposta [punti 4]:

7. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + \frac{2}{x^2 + 1} y = \frac{1}{x^2 + 1}, \\ y(0) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Risposta [3 punti]:
