ANALISI MATEMATICA 1 - Prima prova in itinere - 26 novembre 2010 - Allievi INFLT - ETELT

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 5 ed è il valore del punto in cui si deve discutere la continuità.

Fila 1

1. Il luogo geometrico è dato dall'unione di tre punti e di una circonferenza. I tre punti sono $z_0 = 7e^{(\pi/6)i}$, $z_1 = 7e^{(5\pi/6)i}$, $z_2 = 7e^{(3\pi/2)i}$, la circonferenza ha centro in $C = (2, 0)$ e raggio $r = 3$.

2. Il limite vale $\ell = (1 + e^7)/2$.

3. $f'(x) = 2(x + 1)\log(\cos(x^2)) - 2x(x + 1)^2 \tan(x^2) + \frac{2}{x(1+4x^2)} - \frac{\arctan(2x)}{x^2}$.

4. $\operatorname{dom} f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$. La funzione non è né pari né dispari.

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$. La retta $x = 0$ e la retta $x = 1$ sono asintoti verticali. La retta $y = 3x$ è asintoto oliquo per $x \to +\infty$. Non esistono asintoti orizzontali.

5.

$$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } \alpha > 0 \\ \nexists & \text{se } \alpha = 0 \\ \infty & \text{se } \alpha < 0 \end{cases}$$

quindi la funzione è continua in $x = 1$ se $\alpha > 0$, discontinua altrimenti. In particolare per $\alpha = 0$, il punto $x = 1$ è di discontinuità di seconda specie, mentre per $\alpha < 0$, il punto $x = 1$ è di infinito.

Fila 2

1. Il luogo geometrico è dato dall'unione di tre punti e di una circonferenza. I tre punti sono $z_0 = 6e^{(\pi/6)i}$, $z_1 = 6e^{(5\pi/6)i}$, $z_2 = 6e^{(3\pi/2)i}$, la circonferenza ha centro in $C = (3, 0)$ e raggio $r = 4$.

2. Il limite vale $\ell = (1 + e^6)/2$.

3. $f'(x) = 2(x + 2)\log(\cos(x^2)) - 2x(x + 2)^2 \tan(x^2) + \frac{3}{x(1+9x^2)} - \frac{\arctan(3x)}{x^2}$.

4. $\operatorname{dom} f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$. La funzione non è né pari né dispari.

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$. La retta $x = 0$ e la retta $x = 1$ sono asintoti verticali. La retta $y = 5x$ è asintoto oliquo per $x \to +\infty$. Non esistono asintoti orizzontali.

5.

$$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } \alpha > 0 \\ \nexists & \text{se } \alpha = 0 \\ \infty & \text{se } \alpha < 0 \end{cases}$$

quindi la funzione è continua in $x = 2$ se $\alpha > 0$, discontinua altrimenti. In particolare per $\alpha = 0$, il punto $x = 2$ è di discontinuità di seconda specie, mentre per $\alpha < 0$, il punto $x = 2$ è di infinito.

Fila 3

1. Il luogo geometrico è dato dall'unione di tre punti e di una circonferenza. I tre punti sono $z_0 = 5e^{(\pi/6)i}$, $z_1 = 5e^{(5\pi/6)i}$, $z_2 = 5e^{(3\pi/2)i}$, la circonferenza ha centro in $C = (4, 0)$ e raggio $r = 5$.

2. Il limite vale $\ell = (1 + e^5)/2$.

3. $f'(x) = 2(x + 3)\log(\cos(x^2)) - 2x(x + 3)^2 \tan(x^2) + \frac{4}{x(1+16x^2)} - \frac{\arctan(4x)}{x^2}$.

4. $\operatorname{dom} f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$. La funzione non è né pari né dispari.

   $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$. La retta $x = 0$ e la retta $x = 1$ sono asintoti verticali. La retta $y = 7x$ è asintoto oliquo per $x \to +\infty$. Non esistono asintoti orizzontali.

5.
$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } \alpha > 0 \\ \nexists & \text{se } \alpha = 0 \\ \infty & \text{se } \alpha < 0 \end{cases}$$

   quindi la funzione è continua in $x = 3$ se $\alpha > 0$, discontinua altrimenti. In particolare per $\alpha = 0$, il punto $x = 3$ è di discontinuità di seconda specie, mentre per $\alpha < 0$, il punto $x = 3$ è di infinito.

Fila 4

1. Il luogo geometrico è dato dall'unione di tre punti e di una circonferenza. I tre punti sono $z_0 = 4e^{(\pi/6)i}$, $z_1 = 4e^{(5\pi/6)i}$, $z_2 = 4e^{(3\pi/2)i}$, la circonferenza ha centro in $C = (5, 0)$ e raggio $r = 6$.

2. Il limite vale $\ell = (1 + e^4)/2$.

3. $f'(x) = 2(x + 4)\log(\cos(x^2)) - 2x(x + 4)^2 \tan(x^2) + \frac{5}{x(1+25x^2)} - \frac{\arctan(5x)}{x^2}$.

4. $\operatorname{dom} f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$. La funzione non è né pari né dispari.

   $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$. La retta $x = 0$ e la retta $x = 1$ sono asintoti verticali. La retta $y = 9x$ è asintoto oliquo per $x \to +\infty$. Non esistono asintoti orizzontali.

5.
$$\lim_{x\to 4^+} f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } \alpha > 0 \\ \nexists & \text{se } \alpha = 0 \\ \infty & \text{se } \alpha < 0 \end{cases}$$

   quindi la funzione è continua in $x = 4$ se $\alpha > 0$, discontinua altrimenti. In particolare per $\alpha = 0$, il punto $x = 4$ è di discontinuità di seconda specie, mentre per $\alpha < 0$, il punto $x = 4$ è di infinito.

Fila 5

1. Il luogo geometrico è dato dall'unione di tre punti e di una circonferenza. I tre punti sono $z_0 = 3e^{(\pi/6)i}$, $z_1 = 3e^{(5\pi/6)i}$, $z_2 = 3e^{(3\pi/2)i}$, la circonferenza ha centro in $C = (6, 0)$ e raggio $r = 7$.

2. Il limite vale $\ell = (1 + e^3)/2$.

3. $f'(x) = 2(x + 5)\log(\cos(x^2)) - 2x(x + 5)^2 \tan(x^2) + \frac{6}{x(1+36x^2)} - \frac{\arctan(6x)}{x^2}$.

4. $\operatorname{dom} f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$. La funzione non è né pari né dispari.

$\lim_{x\to0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to1^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. La retta $x = 0$ e la retta $x = 1$ sono asintoti verticali. La retta $y = 11x$ è asintoto oliquo per $x \to +\infty$. Non esistono asintoti orizzontali.

5.

$$\lim_{x\to5^+} f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } \alpha > 0 \\ \nexists & \text{se } \alpha = 0 \\ \infty & \text{se } \alpha < 0 \end{cases}$$

quindi la funzione è continua in $x = 5$ se $\alpha > 0$, discontinua altrimenti. In particolare per $\alpha = 0$, il punto $x = 5$ è di discontinuità di seconda specie, mentre per $\alpha < 0$, il punto $x = 5$ è di infinito.

Fila 6

1. Il luogo geometrico è dato dall'unione di tre punti e di una circonferenza. I tre punti sono $z_0 = 2e^{(\pi/6)i}$, $z_1 = 2e^{(5\pi/6)i}$, $z_2 = 2e^{(3\pi/2)i}$, la circonferenza ha centro in $C = (7, 0)$ e raggio $r = 8$.

2. Il limite vale $\ell = (1 + e^2)/2$.

3. $f'(x) = 2(x + 6)\log(\cos(x^2)) - 2x(x + 6)^2 \tan(x^2) + \frac{7}{x(1+49x^2)} - \frac{\arctan(7x)}{x^2}$.

4. $\operatorname{dom} f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$. La funzione non è né pari né dispari.

$\lim_{x\to0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to1^-} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to1^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. La retta $x = 0$ e la retta $x = 1$ sono asintoti verticali. La retta $y = 13x$ è asintoto oliquo per $x \to +\infty$. Non esistono asintoti orizzontali.

5.

$$\lim_{x\to6^+} f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } \alpha > 0 \\ \nexists & \text{se } \alpha = 0 \\ \infty & \text{se } \alpha < 0 \end{cases}$$

quindi la funzione è continua in $x = 6$ se $\alpha > 0$, discontinua altrimenti. In particolare per $\alpha = 0$, il punto $x = 6$ è di discontinuità di seconda specie, mentre per $\alpha < 0$, il punto $x = 6$ è di infinito.
