ANALISI MATEMATICA 1 20 gennaio 2011 - Allievi INFLT - ETELT

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 8 ed è la metà dell'ordinata della condizione iniziale.

Fila 1

1. dom $f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

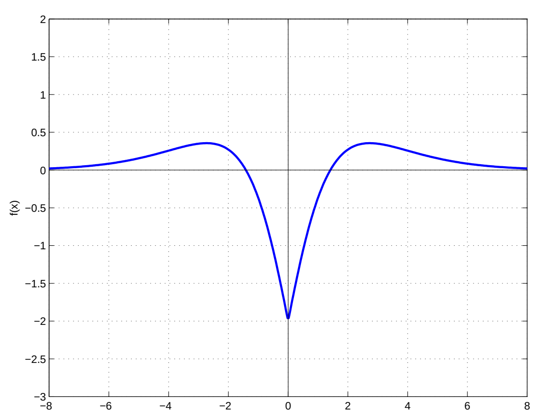
$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. La retta $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali nè obliqui.
La derivata prima è

$$f'(x) = \begin{cases} (2x - x^2 + 2)e^{-x} & x > 0 \\ (2x + x^2 - 2)e^{x} & x < 0. \end{cases}$$

dom$f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il punto $x = 0$ è un punto angoloso, infatti $f'_-(0) = -2$, $f'_+(0) = 2$.
f è crescente in $(-\infty, -1-\sqrt{3}) \cup (0, 1+\sqrt{3})$ e decrescente in $(-1-\sqrt{3}, 0) \cup (1+\sqrt{3}, \infty)$.
$x = -1-\sqrt{3}$ e $x = 1+\sqrt{3}$ sono punti di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo e assoluto.

$$f''(x) = \begin{cases} (x^2 - 4x)e^{-x} & x > 0 \\ (x^2 + 4x)e^{x} & x < 0. \end{cases}$$

Si hanno due punti di flesso $x = \pm 4$. f è convessa in $(-\infty, -4) \cup (4, \infty)$ e concava in $(-4, 0) \cup (0, 4)$.



2. Le radici sono: $z_0 = 0$, $z_1 = \sqrt[3]{2}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_2 = \sqrt[3]{2}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_3 = -\sqrt[3]{2}i$

3. Il limite vale $\ell = \frac{1}{7}$

4. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha < 6$. Se $\alpha = 6$ si ha una discontinuità di tipo salto, se $\alpha > 6$ si ha un punto di infinito.

5. La serie è convergente

6. Il limite vale $\ell = 7$

7. $\mathcal{F}(x) = e^x - 3\arctan e^x + c$

8. $y(x) = e^{x - x\log x} + 1$

Fila 2

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. La retta $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali nè obliqui.
La derivata prima è

$$f'(x) = \begin{cases} (2x - x^2 + 3)e^{-x} & x > 0 \\ (2x + x^2 - 3)e^{x} & x < 0. \end{cases}$$

$\operatorname{dom} f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il punto $x = 0$ è un punto angoloso, infatti $f'_-(0) = -3$, $f'_+(0) = 3$.
f è crescente in $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$ e decrescente in $(-3, 0) \cup (3, \infty)$. $x = \pm 3$ sono punti di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo e assoluto.

$$f''(x) = \begin{cases} (x^2 - 4x - 1)e^{-x} & x > 0 \\ (x^2 + 4x - 1)e^{x} & x < 0. \end{cases}$$

Si hanno due punti di flesso $x = \pm(2 + \sqrt{5})$. f è convessa in $(-\infty, -2 - \sqrt{5}) \cup (2 + \sqrt{5}, \infty)$ e concava in $(-2 - \sqrt{5}, 0) \cup (0, 2 + \sqrt{5})$.

2. Le radici sono: $z_0 = 0$, $z_1 = \sqrt[3]{3}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_2 = \sqrt[3]{3}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_3 = -\sqrt[3]{3}i$

3. Il limite vale $\ell = \frac{1}{6}$

4. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha < 5$. Se $\alpha = 5$ si ha una discontinuità di tipo salto, se $\alpha > 5$ si ha un punto di infinito.

5. La serie è convergente

6. Il limite vale $\ell = 6$

7. $\mathcal{F}(x) = e^x - 5\arctan e^x + c$

8. $y(x) = 3e^{x - x\log x} + 1$

Fila 3

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. La retta $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali nè obliqui.
La derivata prima è

$$f'(x) = \begin{cases} (2x - x^2 + 4)e^{-x} & x > 0 \\ (2x + x^2 - 4)e^{x} & x < 0. \end{cases}$$

dom$f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il punto $x = 0$ è un punto angoloso, infatti $f'_-(0) = -4$, $f'_+(0) = 4$.
f è crescente in $(-\infty, -1-\sqrt{5}) \cup (0, 1+\sqrt{5})$ e decrescente in $(-1-\sqrt{5}, 0) \cup (1+\sqrt{5}, \infty)$.
$x = -1-\sqrt{5}$ e $x = 1+\sqrt{5}$ sono punti di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo e assoluto.

$$f''(x) = \begin{cases} (x^2 - 4x - 2)e^{-x} & x > 0 \\ (x^2 + 4x - 2)e^{x} & x < 0. \end{cases}$$

Si hanno due punti di flesso $x = \pm(2+\sqrt{6})$. f è convessa in $(-\infty, -2-\sqrt{6}) \cup (2+\sqrt{6}, \infty)$ e concava in $(-2-\sqrt{6}, 0) \cup (0, 2+\sqrt{6})$.

2. Le radici sono: $z_0 = 0$, $z_1 = \sqrt[3]{4}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_2 = \sqrt[3]{4}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_3 = -\sqrt[3]{4}i$

3. Il limite vale $\ell = \frac{1}{5}$

4. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha < 4$. Se $\alpha = 4$ si ha una discontinuità di tipo salto, se $\alpha > 4$ si ha un punto di infinito.

5. La serie è convergente

6. Il limite vale $\ell = 5$

7. $\mathcal{F}(x) = e^x - 7\arctan e^x + c$

8. $y(x) = 5e^{x - x\log x} + 1$

Fila 4

1. dom $f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. La retta $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali nè obliqui.
La derivata prima è

$$f'(x) = \begin{cases} (2x - x^2 + 5)e^{-x} & x > 0 \\ (2x + x^2 - 5)e^{x} & x < 0. \end{cases}$$

dom$f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il punto $x = 0$ è un punto angoloso, infatti $f'_-(0) = -5$, $f'_+(0) = 5$.
f è crescente in $(-\infty, -1-\sqrt{6}) \cup (0, 1+\sqrt{6})$ e decrescente in $(-1-\sqrt{6}, 0) \cup (1+\sqrt{6}, \infty)$.
$x = -1-\sqrt{6}$ e $x = 1+\sqrt{6}$ sono punti di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo e assoluto.

$$f''(x) = \begin{cases} (x^2 - 4x - 3)e^{-x} & x > 0 \\ (x^2 + 4x - 3)e^{x} & x < 0. \end{cases}$$

Si hanno due punti di flesso $x = \pm(2+\sqrt{7})$. f è convessa in $(-\infty, -2-\sqrt{7}) \cup (2+\sqrt{7}, \infty)$ e concava in $(-2-\sqrt{7}, 0) \cup (0, 2+\sqrt{7})$.

2. Le radici sono: $z_0 = 0$, $z_1 = \sqrt[3]{5}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_2 = \sqrt[3]{5}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_3 = -\sqrt[3]{5}i$

3. Il limite vale $\ell = \frac{1}{4}$

4. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha < 3$. Se $\alpha = 3$ si ha una discontinuità di tipo salto, se $\alpha > 3$ si ha un punto di infinito.

5. La serie è convergente

6. Il limite vale $\ell = 4$

7. $\mathcal{F}(x) = e^x - 9 \arctan e^x + c$

8. $y(x) = 7e^{x - x \log x} + 1$

Fila 5

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$. La retta $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali nè obliqui.
La derivata prima è

$$f'(x) = \begin{cases} (2x - x^2 + 6)e^{-x} & x > 0 \\ (2x + x^2 - 6)e^{x} & x < 0. \end{cases}$$

$\operatorname{dom} f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il punto $x = 0$ è un punto angoloso, infatti $f'_-(0) = -6$, $f'_+(0) = 6$.
f è crescente in $(-\infty, -1 - \sqrt{7}) \cup (0, 1 + \sqrt{7})$ e decrescente in $(-1 - \sqrt{7}, 0) \cup (1 + \sqrt{7}, \infty)$. $x = -1 - \sqrt{7}$ e $x = 1 + \sqrt{7}$ sono punti di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo e assoluto.

$$f''(x) = \begin{cases} (x^2 - 4x - 4)e^{-x} & x > 0 \\ (x^2 + 4x - 4)e^{x} & x < 0. \end{cases}$$

Si hanno due punti di flesso $x = \pm(2 + \sqrt{8})$. f è convessa in $(-\infty, -2 - \sqrt{8}) \cup (2 + \sqrt{8}, \infty)$ e concava in $(-2 - \sqrt{8}, 0) \cup (0, 2 + \sqrt{8})$.

2. Le radici sono: $z_0 = 0$, $z_1 = \sqrt[3]{6}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_2 = \sqrt[3]{6}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_3 = -\sqrt[3]{6}i$

3. Il limite vale $\ell = \frac{1}{3}$

4. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha < 2$. Se $\alpha = 2$ si ha una discontinuità di tipo salto, se $\alpha > 2$ si ha un punto di infinito.

5. La serie è convergente

6. Il limite vale $\ell = 3$

7. $\mathcal{F}(x) = e^x - 11 \arctan e^x + c$

8. $y(x) = 9e^{x - x \log x} + 1$

Fila 6

1. dom $f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. La retta $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali nè obliqui.
La derivata prima è

$$f'(x) = \begin{cases} (2x - x^2 + 7)e^{-x} & x > 0 \\ (2x + x^2 - 7)e^{x} & x < 0. \end{cases}$$

dom$f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il punto $x = 0$ è un punto angoloso, infatti $f'_-(0) = -7$, $f'_+(0) = 7$.
f è crescente in $(-\infty, -1 - \sqrt{8}) \cup (0, 1 + \sqrt{8})$ e decrescente in $(-1 - \sqrt{8}, 0) \cup (1 + \sqrt{8}, \infty)$. $x = -1 - \sqrt{8}$ e $x = 1 + \sqrt{8}$ sono punti di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo e assoluto.

$$f''(x) = \begin{cases} (x^2 - 4x - 5)e^{-x} & x > 0 \\ (x^2 + 4x - 5)e^{x} & x < 0. \end{cases}$$

Si hanno due punti di flesso $x = \pm 5$. f è convessa in $(-\infty, -5) \cup (5, \infty)$ e concava in $(-5, 0) \cup (0, 5)$.

2. Le radici sono: $z_0 = 0$, $z_1 = \sqrt[3]{7}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_2 = \sqrt[3]{7}(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$, $z_3 = -\sqrt[3]{7}i$

3. Il limite vale $\ell = \frac{1}{2}$

4. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha < 1$. Se $\alpha = 1$ si ha una discontinuità di tipo salto, se $\alpha > 1$ si ha un punto di infinito.

5. La serie è convergente

6. Il limite vale $\ell = 2$

7. $\mathcal{F}(x) = e^x - 13 \arctan e^x + c$

8. $y(x) = 11e^{x - x\log x} + 1$
