ANALISI MATEMATICA 1 11 febbraio 2011 - Allievi INFLT - ETELT

---

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n.7 ed è il coefficiente del termine $x^2$ diminuito di uno.

---

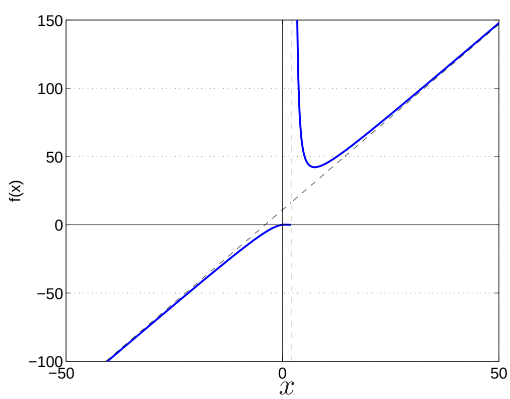
**Fila 1**

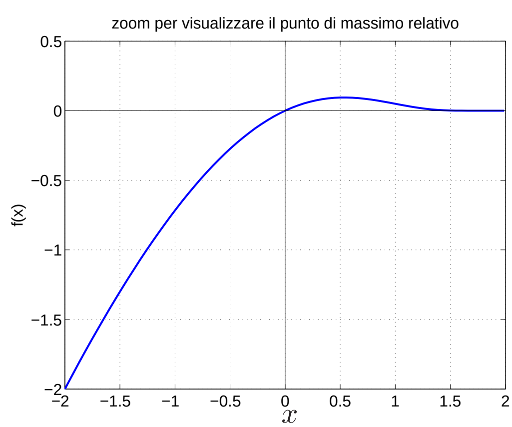
**1.** dom $f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. La funzione non presenta simmetrie.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$. La retta $x = 2$ è asintoto verticale destro. La retta $y = e(x+4)$ è asintoto obliquo completo. Non esistono asintoti orizzontali.
La derivata prima è

$$f'(x) = \exp\left(\frac{x+2}{x-2}\right)\frac{x^2-8x+4}{(x-2)^2}$$

dom$f'$ = dom$f$. Non esistono punti di non derivabilità. $f$ è crescente in $(-\infty, 2(2-\sqrt{3})) \cup 2(2+\sqrt{3})), +\infty)$ e decrescente in $(2(2-\sqrt{3}), 2) \cup (2, 2(2+\sqrt{3}))$. $x = 2(2-\sqrt{3})$ è punto di massimo relativo, $x = 2(2+\sqrt{3})$ è punto di minimo relativo. Non esistono punti di massimo o minimo assoluto in quanto $f$ è illimitatata.
Si ha $\lim_{x\to 2^-} f'(x) = 0$, quindi $f$ ha concavità rivolta verso l'alto in un intorno sinistro di 2. Inoltre $f$ ha concavità rivolta verso il basso in un intorno completo di $2(2-\sqrt{3})$ (essendo questo punto di massimo). Si avrà allora un punto di flesso nell'intervallo $2(2-\sqrt{3}), 2)$.




**2.** Il luogo geometrico è una semicerchio, ovvero l'insieme dei punti del cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 1 che contemporaneamente stanno a destra della bisettrice del secondo e quarto quadrante $(y \geq -x)$.

**3.** Il limite vale $\ell = \frac{1}{2}$

**4.** La serie è convergente per $\alpha \geq -\dfrac{3}{2}$.

**5.** Il limite vale $\ell = -3$

**6.** Una primitiva è $F(x) = 3\left[-\frac{1}{x}\arctan x + \ln\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] + c$. L'integrale improprio vale $\frac{3}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \log 2\right)$

**7.** $y(x) = 2(4xe^{-x} + x^2 - 4x + 6)$

**Fila 2**

**1.** dom $f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. La funzione non presenta simmetrie.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. $\lim_{x\to 3^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 3^+} f(x) = +\infty$. La retta $x = 3$ è asintoto verticale destro. La retta $y = e(x+6)$ è asintoto obliquo completo. Non esistono asintoti orizzontali.
La derivata prima è

$$f'(x) = \exp\left(\frac{x+3}{x-3}\right)\frac{x^2-12x+9}{(x-3)^2}$$

dom$f'$ = dom$f$. Non esistono punti di non derivabilità. $f$ è crescente in $(-\infty, 3(2-\sqrt{3})) \cup 3(2+\sqrt{3})), +\infty)$ e decrescente in $(3(2-\sqrt{3}), 3) \cup (3, 3(2+\sqrt{3}))$. $x = 3(2-\sqrt{3})$ è punto di massimo relativo, $x = 3(2+\sqrt{3})$ è punto di minimo relativo. Non esistono punti di massimo o minimo assoluto in quanto $f$ è illimitatata.
Si ha $\lim_{x\to 3^-} f'(x) = 0$, quindi $f$ ha concavità rivolta verso l'alto in un intorno sinistro di 3. Inoltre $f$ ha concavità rivolta verso il basso in un intorno completo di $3(2-\sqrt{3})$ (essendo questo punto di massimo). Si avrà allora un punto di flesso nell'intervallo $3(2-\sqrt{3}), 3)$.

**2.** Il luogo geometrico è una semicerchio, ovvero l'insieme dei punti del cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 1 che contemporaneamente stanno a destra della bisettrice del secondo e quarto quadrante $(y \geq -x)$.

**3.** Il limite vale $\ell = \frac{1}{3}$

**4.** La serie è convergente per $\alpha \geq -\dfrac{4}{3}$.

**5.** Il limite vale $\ell = -5$

**6.** Una primitiva è $F(x) = 5\left[-\frac{1}{x}\arctan x + \ln\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] + c$. L'integrale improprio vale $\frac{5}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \log 2\right)$

**7.** $y(x) = 3(4xe^{-x} + x^2 - 4x + 6)$

---

**Fila 3**

**1.** dom $f = \mathbb{R} \setminus \{4\}$. La funzione non presenta simmetrie.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. $\lim_{x\to 4^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 4^+} f(x) = +\infty$. La retta $x = 4$ è asintoto verticale destro. La retta $y = e(x+8)$ è asintoto obliquo completo. Non esistono asintoti orizzontali.
La derivata prima è

$$f'(x) = \exp\left(\frac{x+4}{x-4}\right)\frac{x^2-16x+16}{(x-4)^2}$$

dom$f'$ = dom$f$. Non esistono punti di non derivabilità. $f$ è crescente in $(-\infty, 4(2-\sqrt{3})) \cup 4(2+\sqrt{3})), +\infty)$ e decrescente in $(4(2-\sqrt{3}), 4) \cup (4, 4(2+\sqrt{3}))$. $x = 4(2-\sqrt{3})$ è punto di massimo relativo, $x = 4(2+\sqrt{3})$ è punto di minimo relativo. Non esistono punti di massimo o minimo assoluto in quanto $f$ è illimitatata.
Si ha $\lim_{x\to 4^-} f'(x) = 0$, quindi $f$ ha concavità rivolta verso l'alto in un intorno sinistro di 4. Inoltre $f$ ha concavità rivolta verso il basso in un intorno completo di $4(2-\sqrt{3})$ (essendo questo punto di massimo). Si avrà allora un punto di flesso nell'intervallo $4(2-\sqrt{3}), 4)$.

**2.** Il luogo geometrico è una semicerchio, ovvero l'insieme dei punti del cerchio di centro $(0, 0)$ e raggio 1 che contemporaneamente stanno a destra della bisettrice del secondo e quarto quadrante $(y \geq -x)$.

**3.** Il limite vale $\ell = \frac{1}{4}$

**4.** La serie è convergente per $\alpha \geq -\dfrac{5}{4}$.

**5.** Il limite vale $\ell = -7$

**6.** Una primitiva è $F(x) = 7\left[-\frac{1}{x}\arctan x + \ln \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] + c$. L'integrale improprio vale $\frac{7}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \log 2\right)$

**7.** $y(x) = 4(4xe^{-x} + x^2 - 4x + 6)$

---

**Fila 4**

**1.** $\mathrm{dom}\, f = \mathbb{R} \setminus \{5\}$. La funzione non presenta simmetrie.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. $\lim_{x\to 5^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 5^+} f(x) = +\infty$. La retta $x = 5$ è asintoto verticale destro. La retta $y = e(x + 10)$ è asintoto obliquo completo. Non esistono asintoti orizzontali.
La derivata prima è

$$f'(x) = \exp\left(\frac{x+5}{x-5}\right)\frac{x^2 - 20x + 25}{(x-5)^2}$$

$\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$. Non esistono punti di non derivabilità. $f$ è crescente in $(-\infty, 5(2-\sqrt{3})) \cup 5(2+\sqrt{3})), +\infty)$ e decrescente in $(5(2-\sqrt{3}), 5) \cup (5, 5(2+\sqrt{3}))$. $x = 5(2-\sqrt{3})$ è punto di massimo relativo, $x = 5(2+\sqrt{3})$ è punto di minimo relativo. Non esistono punti di massimo o minimo assoluto in quanto $f$ è illimitatata.
Si ha $\lim_{x\to 5^-} f'(x) = 0$, quindi $f$ ha concavità rivolta verso l'alto in un intorno sinistro di 5. Inoltre $f$ ha concavità rivolta verso il basso in un intorno completo di $5(2-\sqrt{3})$ (essendo questo punto di massimo). Si avrà allora un punto di flesso nell'intervallo $5(2-\sqrt{3}), 5)$.

**2.** Il luogo geometrico è una semicerchio, ovvero l'insieme dei punti del cerchio di centro $(0, 0)$ e raggio 1 che contemporaneamente stanno a destra della bisettrice del secondo e quarto quadrante $(y \geq -x)$.

**3.** Il limite vale $\ell = \frac{1}{5}$

**4.** La serie è convergente per $\alpha \geq -\dfrac{6}{5}$.

**5.** Il limite vale $\ell = -9$

**6.** Una primitiva è $F(x) = 9\left[-\frac{1}{x}\arctan x + \ln \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] + c$. L'integrale improprio vale $\frac{9}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \log 2\right)$

**7.** $y(x) = 5(4xe^{-x} + x^2 - 4x + 6)$

---

**Fila 5**

**1.** dom $f = \mathbb{R} \setminus \{6\}$. La funzione non presenta simmetrie.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. $\lim_{x\to 6^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 6^+} f(x) = +\infty$. La retta $x = 6$ è asintoto verticale destro. La retta $y = e(x+12)$ è asintoto obliquo completo. Non esistono asintoti orizzontali.
La derivata prima è

$$f'(x) = \exp\left(\frac{x+6}{x-6}\right) \frac{x^2 - 24x + 36}{(x-6)^2}$$

dom$f'$ = dom$f$. Non esistono punti di non derivabilità. $f$ è crescente in $(-\infty, 6(2-\sqrt{3})) \cup 6(2+\sqrt{3})), +\infty)$ e decrescente in $(6(2-\sqrt{3}), 6) \cup (6, 6(2+\sqrt{3}))$. $x = 6(2-\sqrt{3})$ è punto di massimo relativo, $x = 6(2+\sqrt{3})$ è punto di minimo relativo. Non esistono punti di massimo o minimo assoluto in quanto $f$ è illimitatata.
Si ha $\lim_{x\to 6^-} f'(x) = 0$, quindi $f$ ha concavità rivolta verso l'alto in un intorno sinistro di 6. Inoltre $f$ ha concavità rivolta verso il basso in un intorno completo di $6(2-\sqrt{3})$ (essendo questo punto di massimo). Si avrà allora un punto di flesso nell'intervallo $6(2-\sqrt{3}), 6)$.

**2.** Il luogo geometrico è una semicerchio, ovvero l'insieme dei punti del cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 1 che contemporaneamente stanno a destra della bisettrice del secondo e quarto quadrante $(y \geq -x)$.

**3.** Il limite vale $\ell = \frac{1}{6}$

**4.** La serie è convergente per $\alpha \geq -\dfrac{7}{6}$.

**5.** Il limite vale $\ell = -11$

**6.** Una primitiva è $F(x) = 11\left[-\frac{1}{x}\arctan x + \ln\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] + c$. L'integrale improprio vale $\frac{11}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \log 2\right)$

**7.** $y(x) = 6(4xe^{-x} + x^2 - 4x + 6)$

---

**Fila 6**

**1.** dom $f = \mathbb{R} \setminus \{7\}$. La funzione non presenta simmetrie.

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$. $\lim_{x\to 7^-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to 7^+} f(x) = +\infty$. La retta $x = 7$ è asintoto verticale destro. La retta $y = e(x+14)$ è asintoto obliquo completo. Non esistono asintoti orizzontali.
La derivata prima è

$$f'(x) = \exp\left(\frac{x+7}{x-7}\right) \frac{x^2 - 28x + 49}{(x-7)^2}$$

dom$f'$ = dom$f$. Non esistono punti di non derivabilità. $f$ è crescente in $(-\infty, 7(2-\sqrt{3})) \cup 7(2+\sqrt{3})), +\infty)$ e decrescente in $(7(2-\sqrt{3}), 7) \cup (7, 7(2+\sqrt{3}))$. $x = 7(2-\sqrt{3})$ è punto di massimo relativo, $x = 7(2+\sqrt{3})$ è punto di minimo relativo. Non esistono punti di massimo o minimo assoluto in quanto $f$ è illimitatata.
Si ha $\lim_{x\to 7^-} f'(x) = 0$, quindi $f$ ha concavità rivolta verso l'alto in un intorno sinistro di 7. Inoltre $f$ ha concavità rivolta verso il basso in un intorno completo di $7(2-\sqrt{3})$ (essendo questo punto di massimo). Si avrà allora un punto di flesso nell'intervallo $7(2-\sqrt{3}), 7)$.

**2.** Il luogo geometrico è una semicerchio, ovvero l'insieme dei punti del cerchio di centro $(0,0)$ e raggio 1 che contemporaneamente stanno a destra della bisettrice del secondo e quarto quadrante $(y \geq -x)$.

**3.** Il limite vale $\ell = \frac{1}{7}$

**4.** La serie è convergente per $\alpha \geq -\dfrac{8}{7}$.

**5.** Il limite vale $\ell = -13$

**6.** Una primitiva è $F(x) = 13\left[-\frac{1}{x}\arctan x + \ln\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right] + c$. L'integrale improprio vale $\frac{13}{2}\left(\frac{\pi}{2} + \log 2\right)$

**7.** $y(x) = 7(4xe^{-x} + x^2 - 4x + 6)$

---