
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = (x^2 - 2)e^{-|x|}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 0.5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Determinare in forma algebrica/cartesiana le soluzioni della seguente equazione in campo complesso

$$z^4 - i|1 + i\sqrt{3}|z = 0$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\arctan \frac{7}{n} + n} - \sqrt{n}}{\sqrt{n}(1 - \cos \frac{7}{n})}$

Risposta [punti 3]:

4. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(e^x - 1)^8}{x^\alpha (\log(1 + x))^2} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

Discutere la continuità di f in $x = 0$ al variare di α e classificare le eventuali discontinuità.

Risposta [punti 3.5]:

5. Determinare il carattere della serie numerica: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n! + 1)2^n}{n^n + 7}$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cosh(x)(\sinh(7x) - \sin(7x))}{x(e^{7x} - 1 - \log(1 + 7x))}$

Risposta [punti 3]:

7. Calcolare l'integrale indefinito $\int \frac{e^{3x} - 2e^x}{1 + e^{2x}} dx$.

Risposta [punti 2.5]:

8. Determinare la soluzione $y(x) : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + (\log x)y = \log x \\ y(e) = 2 \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:
