
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MATLT, \diamond MECLT, \diamond AUTLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x+2)^2}{x-1}}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1,5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f , stabilire sulla base delle altre informazioni se f ammette punti di flesso e localizzarli.

Risposta [punti 2]:

2. Determinare il luogo geometrico del piano di Gauss descritto da

$$[|z + iz|^2 - (z + 3)\bar{z}] \operatorname{Im} \left(\frac{-i}{|z| + i} \right) = 0$$

Risposta [punti 4]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(7(6^{1/3}n)^{3n} - 7^{3n} + (n+1)! \right) \left(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right)^n$$

Risposta [punti 3]:

4. Determinare il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \sqrt{\frac{n^2 - \log n}{n^6 + 10n^3 \sin^2 n}}$$

Risposta [punti 3]:

5. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+x^2) - 2x \sin x + x^2}{7x^\alpha (1 - \cosh \sqrt{2x})}.$$

Risposta [punti 4]:

6. Calcolare l'integrale

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{3 \tan x}{1 + \cos^2 x} dx.$$

Risposta [punti 4]:

7. Sia $\tilde{y} : \mathbb{R} \rightarrow]-1, 1[$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 7(1 - y^2), \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)$.

Risposta [punti 4]:
