
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x \exp\left(\frac{x+2}{x-2}\right)$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2.5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1.5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1.5]:

In base al valore di $\lim_{x \rightarrow 2^-} f'(x)$, senza calcolare la derivata seconda di f dire se f ammette eventuali punti di flesso per f nell'intervallo sinistro di $x = 2$ e localizzarli.

Risposta [punti 1.5]:

2. Determinare il luogo geometrico

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} \left(\frac{z+i}{z-i} \right) < 0 \text{ e } \operatorname{Im}(z+iz) \geq 0 \right\}$$

Risposta [punti 3.5]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[(n+3)! - n!]e^{\sin(2/n)}}{(e^{1/n} + 1)(n^3 - 1)(n! - \log n)}$$

Risposta [punti 3]:

4. Determinare il carattere della serie numerica al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(e^{1/n} - 1)^{2\alpha}}{(n^4 + \log n)(\log n)^2}$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \left[2x^4 - 3 \log \left(1 + \frac{x^4}{3} \right) \right]}{1 - 2x^2 - \cos(2x)}$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare l'integrale indefinito $\int 3 \frac{\arctan x}{x^2} dx$

Risposta [punti 3]:

e quindi utilizzare la primitiva trovata per calcolare l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} 3 \frac{\arctan x}{x^2} dx$$

Risposta [punti 2.5]:

7. Determinare la soluzione $y(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 2x^2 \\ y(0) = 12 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:
