
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond INFLT, \diamond ETELT, \diamond MATLT, \diamond MECLT, \diamond AUTLT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x+2}{|\log(x+2)|}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1,5]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Calcolare l'area del poligono regolare determinato dalle radici quarte complesse di $z = -49$.

Risposta [punti 4]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1+2x} - \sqrt{1+\sin 2x}}{2x^3}.$$

Risposta [punti 3]:

4. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|\log(x+2)|}{x+2} & \text{se } x > -2, \\ 1 & \text{se } x \leq -2, \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di g . Discutere la derivabilità di g , classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 4]:

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinare il carattere dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(1 - \cos \frac{1}{x})^2}{\log(x^2 + 1)(x - 1)^\alpha}$$

Risposta [punti 3]:

6. Determinare la primitiva \mathcal{F} della funzione f definita da

$$f(x) = \frac{7}{x^4 + x^2},$$

tale che $\mathcal{F}(1) = -7$.

Risposta [4 punti]:

7. Sia $\tilde{y} : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y \log x + x^x, \\ y(e) = e^e + 7. \end{cases}$$

Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tilde{y}(x)$.

Risposta [4 punti]:
