Analisi Matematica I - Prima prova in itinere — 13 novembre 2009

FOGLIO A

Cognome e nome .... Matricola .... Firma ....

Corso di Laurea: ◊ AUTLT ◊ INFLT ◊ ETELT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome, nome (in stampatello) e matricola, firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 90 min.

---

1. Scrivere in forma cartesiana le radici complesse di ordine 4 del numero complesso

$$w = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^{30} \left(\frac{1-i}{3}\right)^{16}$$

Risposta [punti 3]:

---

2. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{\frac{n^3+1}{n^2-1}} \left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{3n}$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$ e sia f la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin^2\left(\dfrac{x}{x-1}\right)\log(x) & \text{se } x > 1 \\ \alpha - 7 & \text{se } x = 1 \\ \dfrac{(e^{x-1}-1)\tan^2(x-1)}{1-\cos(x-1)} & \text{se } x < 1. \end{cases}$$

Si discuta al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ la continuità di f in $x = 1$. Nel caso in cui f risulti discontinua classificare il tipo di discontinuità.

Risposta [punti 3]:

---

4. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \arcsin(e^{-7x}) + \frac{x-2}{3} - \frac{\sin x}{2x}$$

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 2]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

---

5. Si considerino le funzioni $y = f(x) = 2 + \dfrac{3x-4}{2-x}$ e $z = g(y) = \sqrt{y}$.

Determinare il dominio D della funzione composta $z = h(x) = g(f(x))$, determinare $\inf D$, $\sup D$ e, qualora esistano, $\max D$ e $\min D$.

Risposta [punti 2]:
