ANALISI MATEMATICA I - 29 gennaio 2010 - Allievi AUTLT - INFLT - ETELT

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 5 ed è pari al valore che la funzione integrale $F(x)$ assume in $x = 0$.

Fila 1

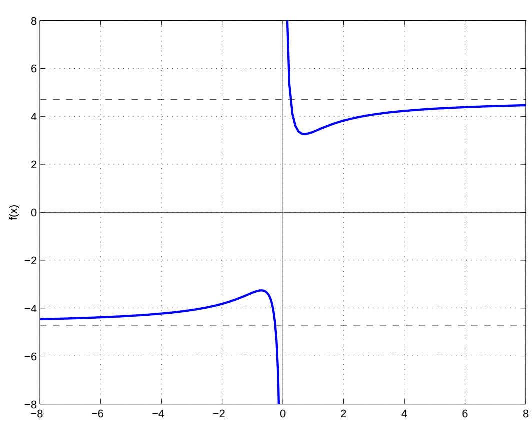
1. (a) $\operatorname{dom} f = (-\infty, -0) \cup (0, +\infty)$. f è dispari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\frac{3}{2}\pi$, $y = -\frac{3}{2}\pi$ è asintoto orizzontale sinistro, $y = \frac{3}{2}\pi$ è asintoto orizzontale destro.
$\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \pm\infty$, $x = 0$ è asintoto verticale completo. Non ci sono asintoti obliqui.
f è dispari.

(c) $f'(x) = \dfrac{2x^2 - 1}{x^2(1 + x^2)}$. $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, quindi non vi sono punti di non derivabilità.

(d) f strettamente crescente in $(-\infty, -1/\sqrt{2}) \cup (1/\sqrt{2}, +\infty)$; f strettamente decrescente in $(-1/\sqrt{2}, 0)) \cup (0, 1/\sqrt{2})$;
$x = -1/\sqrt{2}$ è punto di massimo relativo stazionario, $x = 1/\sqrt{2}$ è punto di minimo relativo stazionario, Non esistono punti di massimo/minimo assoluto in quanto f è illimitata.

(e) $f''(x) = 2\dfrac{-2x^4 + 2x^2 + 1}{x^3(1 + x^2)^2}$. Analizzando la crescenza e decrescnza di f e la presenza degli asintoti, si deduce che esistono due punti flesso, $x_{F1} \in (1/\sqrt{2}, +\infty)$ e, simmetricamente, $x_{F2} \in (-\infty, -1/\sqrt{2})$. Di conseguenza f è convessa in $(-\infty, x_{F2}) \cup (0, x_{F1})$ e concava in $(x_{F2}, 0) \cup (x_{F1}, +\infty)$.



2. Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{2}e^{i\pi/12}$, $z_1 = \sqrt[3]{2}e^{i3\pi/4} = \sqrt[3]{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{2}e^{i17\pi/12}$.

3. Il limite è $\ell = 0$.

4. La funzione è continua in $x = 1$ per $\alpha > 1$ ed è discontinua per $\alpha \leq 1$. In particolare il punto $x = 1$ è un punto di salto se $\alpha = 1$ ed un punto di infinito se $\alpha < 1$.

5. La funzione primitiva è $F(x) = 1 - \frac{1}{3}(1 - e^{2x})^{3/2}$ e $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = 2/3$.

6. L'integrale converge per $\alpha \in \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = 2xe^x$.

Fila 2

1. (a) $\operatorname{dom} f = (-\infty, -0) \cup (0, +\infty)$. f è dispari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\frac{5}{2}\pi$, $y = -\frac{5}{2}\pi$ è asintoto orizzontale sinistro, $y = \frac{5}{2}\pi$ è asintoto orizzontale destro.
$\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \pm\infty$, $x = 0$ è asintoto verticale completo. Non ci sono asintoti obliqui.
f è dispari.

(c) $f'(x) = \dfrac{4x^2 - 1}{x^2(1 + x^2)}$. $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, quindi non vi sono punti di non derivabilità.

(d) f strettamente crescente in $(-\infty, -1/\sqrt{4}) \cup (1/\sqrt{4}, +\infty)$; f strettamente decrescente in $(-1/\sqrt{4}, 0)) \cup (0, 1/\sqrt{4})$;
$x = -1/\sqrt{4}$ è punto di massimo relativo stazionario, $x = 1/\sqrt{4}$ è punto di minimo relativo stazionario, Non esistono punti di massimo/minimo assoluto in quanto f è illimitata.

(e) $f''(x) = 2\dfrac{-4x^4 + 2x^2 + 1}{x^3(1 + x^2)^2}$. Analizzando la crescenza e decrescnza di f e la presenza degli asintoti, si deduce che esistono due punti flesso, $x_{F1} \in (1/\sqrt{4}, +\infty)$ e, simmetricamente, $x_{F2} \in (-\infty, -1/\sqrt{4})$. Di conseguenza f è convessa in $(-\infty, x_{F2}) \cup (0, x_{F1})$ e concava in $(x_{F2}, 0) \cup (x_{F1}, +\infty)$.

2. Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{3}e^{i\pi/12}$, $z_1 = \sqrt[3]{3}e^{i3\pi/4} = \sqrt[3]{3}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{3}e^{i17\pi/12}$.

3. Il limite è $\ell = 0$.

4. La funzione è continua in $x = 1$ per $\alpha > 1$ ed è discontinua per $\alpha \leq 1$. In particolare il punto $x = 1$ è un punto di salto se $\alpha = 1$ ed un punto di infinito se $\alpha < 1$.

5. La funzione primitiva è $F(x) = 2 - \frac{1}{3}(1 - e^{2x})^{3/2}$ e $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = 5/3$.

6. L'integrale converge per $\alpha \in \left[\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right)$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = 4xe^{2x}$.

Fila 3

1. (a) $\operatorname{dom} f = (-\infty, -0) \cup (0, +\infty)$. f è dispari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\frac{7}{2}\pi$, $y = -\frac{7}{2}\pi$ è asintoto orizzontale sinistro, $y = \frac{7}{2}\pi$ è asintoto orizzontale destro.
$\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \pm\infty$, $x = 0$ è asintoto verticale completo. Non ci sono asintoti obliqui.
f è dispari.

(c) $f'(x) = \dfrac{6x^2 - 1}{x^2(1 + x^2)}$. $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, quindi non vi sono punti di non derivabilità.

(d) f strettamente crescente in $(-\infty, -1/\sqrt{6}) \cup (1/\sqrt{6}, +\infty)$; f strettamente decrescente in $(-1/\sqrt{6}, 0)) \cup (0, 1/\sqrt{6})$;
$x = -1/\sqrt{6}$ è punto di massimo relativo stazionario, $x = 1/\sqrt{6}$ è punto di minimo relativo stazionario, Non esistono punti di massimo/minimo assoluto in quanto f è illimitata.

(e) $f''(x) = 2\dfrac{-6x^4+2x^2+1}{x^3(1+x^2)^2}$. Analizzando la crescenza e decrescnza di f e la presenza degli asintoti, si deduce che esistono due punti flesso, $x_{F1} \in (1/\sqrt{6}, +\infty)$ e, simmetricamente, $x_{F2} \in (-\infty, -1/\sqrt{6})$. Di conseguenza f è convessa in $(-\infty, x_{F2}) \cup (0, x_{F1})$ e concava in $(x_{F2}, 0) \cup (x_{F1}, +\infty)$.

2. Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{4}e^{i\pi/12}$, $z_1 = \sqrt[3]{4}e^{i3\pi/4} = \sqrt[3]{4}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{4}e^{i17\pi/12}$.

3. Il limite è $\ell = 0$.

4. La funzione è continua in $x = 1$ per $\alpha > 1$ ed è discontinua per $\alpha \leq 1$. In particolare il punto $x = 1$ è un punto di salto se $\alpha = 1$ ed un punto di infinito se $\alpha < 1$.

5. La funzione primitiva è $F(x) = 3 - \frac{1}{3}(1 - e^{2x})^{3/2}$ e $\lim_{x\to-\infty} F(x) = 8/3$.

6. L'integrale converge per $\alpha \in \left[\frac{1}{8}, \frac{1}{2}\right)$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = 6xe^{3x}$.

Fila 4

1. (a) $\operatorname{dom} f = (-\infty, -0) \cup (0, +\infty)$. f è dispari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\frac{9}{2}\pi$, $y = -\frac{9}{2}\pi$ è asintoto orizzontale sinistro, $y = \frac{9}{2}\pi$ è asintoto orizzontale destro.
$\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \pm\infty$, $x = 0$ è asintoto verticale completo. Non ci sono asintoti obliqui.
f è dispari.

(c) $f'(x) = \dfrac{8x^2-1}{x^2(1+x^2)}$. $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, quindi non vi sono punti di non derivabilità.

(d) f strettamente crescente in $(-\infty, -1/\sqrt{8}) \cup (1/\sqrt{8}, +\infty)$; f strettamente decrescente in $(-1/\sqrt{8}, 0)) \cup (0, 1/\sqrt{8})$;
$x = -1/\sqrt{8}$ è punto di massimo relativo stazionario, $x = 1/\sqrt{8}$ è punto di minimo relativo stazionario, Non esistono punti di massimo/minimo assoluto in quanto f è illimitata.

(e) $f''(x) = 2\dfrac{-8x^4+2x^2+1}{x^3(1+x^2)^2}$. Analizzando la crescenza e decrescnza di f e la presenza degli asintoti, si deduce che esistono due punti flesso, $x_{F1} \in (1/\sqrt{8}, +\infty)$ e, simmetricamente, $x_{F2} \in (-\infty, -1/\sqrt{8})$. Di conseguenza f è convessa in $(-\infty, x_{F2}) \cup (0, x_{F1})$ e concava in $(x_{F2}, 0) \cup (x_{F1}, +\infty)$.

2. Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{5}e^{i\pi/12}$, $z_1 = \sqrt[3]{5}e^{i3\pi/4} = \sqrt[3]{5}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{5}e^{i17\pi/12}$.

3. Il limite è $\ell = 0$.

4. La funzione è continua in $x = 1$ per $\alpha > 1$ ed è discontinua per $\alpha \leq 1$. In particolare il punto $x = 1$ è un punto di salto se $\alpha = 1$ ed un punto di infinito se $\alpha < 1$.

5. La funzione primitiva è $F(x) = 4 - \frac{1}{3}(1 - e^{2x})^{3/2}$ e $\lim_{x\to-\infty} F(x) = 11/3$.

6. L'integrale converge per $\alpha \in \left[\frac{1}{10}, \frac{1}{2}\right)$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = 8xe^{4x}$.

Fila 5

1. (a) $\operatorname{dom} f = (-\infty, -0) \cup (0, +\infty)$. f è dispari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\frac{11}{2}\pi$, $y = -\frac{11}{2}\pi$ è asintoto orizzontale sinistro, $y = \frac{11}{2}\pi$ è asintoto orizzontale destro.
$\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \pm\infty$, $x = 0$ è asintoto verticale completo. Non ci sono asintoti obliqui.
f è dispari.

(c) $f'(x) = \dfrac{10x^2 - 1}{x^2(1+x^2)}$. $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, quindi non vi sono punti di non derivabilità.

(d) f strettamente crescente in $(-\infty, -1/\sqrt{10}) \cup (1/\sqrt{10}, +\infty)$; f strettamente decrescente in $(-1/\sqrt{10}, 0)) \cup (0, 1/\sqrt{10})$;
$x = -1/\sqrt{10}$ è punto di massimo relativo stazionario, $x = 1/\sqrt{10}$ è punto di minimo relativo stazionario, Non esistono punti di massimo/minimo assoluto in quanto f è illimitata.

(e) $f''(x) = 2\dfrac{-10x^4 + 2x^2 + 1}{x^3(1+x^2)^2}$. Analizzando la crescenza e decrescnza di f e la presenza degli asintoti, si deduce che esistono due punti flesso, $x_{F1} \in (1/\sqrt{10}, +\infty)$ e, simmetricamente, $x_{F2} \in (-\infty, -1/\sqrt{10})$. Di conseguenza f è convessa in $(-\infty, x_{F2}) \cup (0, x_{F1})$ e concava in $(x_{F2}, 0) \cup (x_{F1}, +\infty)$.

2. Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{6}e^{i\pi/12}$, $z_1 = \sqrt[3]{6}e^{i3\pi/4} = \sqrt[3]{6}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{6}e^{i17\pi/12}$.

3. Il limite è $\ell = 0$.

4. La funzione è continua in $x = 1$ per $\alpha > 1$ ed è discontinua per $\alpha \leq 1$. In particolare il punto $x = 1$ è un punto di salto se $\alpha = 1$ ed un punto di infinito se $\alpha < 1$.

5. La funzione primitiva è $F(x) = 5 - \frac{1}{3}(1 - e^{2x})^{3/2}$ e $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = 14/3$.

6. L'integrale converge per $\alpha \in \left[\frac{1}{12}, \frac{1}{2}\right)$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = 10xe^{5x}$.

Fila 6

1. (a) $\operatorname{dom} f = (-\infty, -0) \cup (0, +\infty)$. f è dispari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\frac{13}{2}\pi$, $y = -\frac{13}{2}\pi$ è asintoto orizzontale sinistro, $y = \frac{13}{2}\pi$ è asintoto orizzontale destro.
$\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \pm\infty$, $x = 0$ è asintoto verticale completo. Non ci sono asintoti obliqui.
f è dispari.

(c) $f'(x) = \dfrac{12x^2 - 1}{x^2(1+x^2)}$. $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, quindi non vi sono punti di non derivabilità.

(d) f strettamente crescente in $(-\infty, -1/\sqrt{12}) \cup (1/\sqrt{12}, +\infty)$; f strettamente decrescente in $(-1/\sqrt{12}, 0)) \cup (0, 1/\sqrt{12})$;
$x = -1/\sqrt{12}$ è punto di massimo relativo stazionario, $x = 1/\sqrt{12}$ è punto di minimo relativo stazionario, Non esistono punti di massimo/minimo assoluto in quanto f è illimitata.

(e) $f''(x) = 2\dfrac{-12x^4 + 2x^2 + 1}{x^3(1+x^2)^2}$. Analizzando la crescenza e decrescnza di f e la presenza degli asintoti, si deduce che esistono due punti flesso, $x_{F1} \in (1/\sqrt{12}, +\infty)$ e, simmetricamente, $x_{F2} \in (-\infty, -1/\sqrt{12})$. Di conseguenza f è convessa in $(-\infty, x_{F2}) \cup (0, x_{F1})$ e concava in $(x_{F2}, 0) \cup (x_{F1}, +\infty)$.

2. Le radici sono $z_0 = \sqrt[3]{7}e^{i\pi/12}$, $z_1 = \sqrt[3]{7}e^{i3\pi/4} = \sqrt[3]{7}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{7}e^{i17\pi/12}$.

3. Il limite è $\ell = 0$.

4. La funzione è continua in $x = 1$ per $\alpha > 1$ ed è discontinua per $\alpha \leq 1$. In particolare il punto $x = 1$ è un punto di salto se $\alpha = 1$ ed un punto di infinito se $\alpha < 1$.

5. La funzione primitiva è $F(x) = 6 - \frac{1}{3}(1 - e^{2x})^{3/2}$ e $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = 17/3$.

6. L'integrale converge per $\alpha \in \left[\frac{1}{14}, \frac{1}{2}\right)$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = 12xe^{6x}$.