ANALISI MATEMATICA I - 11 gennaio 2010 - Allievi AUTLT - INFLT - ETELT

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'ultimo esercizio ed è pari a un quarto del coefficiente che moltiplica $\sin x$.

Fila 1

1. (a) $\operatorname{dom} f = (-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$, $y = 0$ asintoto orizzontale completo.
$\lim_{x\to-2^{\pm}} f(x) = \pm\infty$, $x = -2$ asintoto verticale completo.
Non ci sono asintoti obliqui.

(c)

$$f'(x) = \begin{cases} -\dfrac{x+3}{(x+2)^2}e^{-x} & x > 0 \\ \dfrac{x+1}{(x+2)^2}e^{x} & x < 0 \end{cases}$$

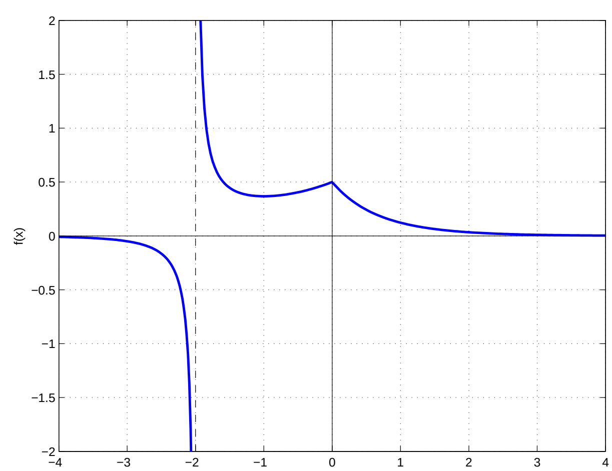
$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$. Il punto $x_0 = 0$ è punto angoloso, infatti $f'_-(0) = 1/4$, $f'_+(0) = -3/4$.

(d) f strettamente crescente in $(-1, 0)$; f strettamente decrescente in $(-\infty, -2) \cup (-2, -1) \cup (0, +\infty)$;
$x = -1$ è punto di minimo relativo stazionario, $x = 0$ è punto di massimo relativo (angoloso).
Non esistono punti di massimo/minimo assoluto in quanto f è illimitata.

(e)

$$f''(x) = \begin{cases} -\dfrac{x^2+6x+10}{(x+2)^3}e^{-x} & x > 0 \\ \dfrac{x^2+2x+2}{(x+2)^3}e^{x} & x < 0 \end{cases}$$

Non esistono punti di flesso. f è convessa in $(-2, 0) \cup (0, +\infty)$ e concava in $(-\infty, -2)$.



2. Il luogo geometrico cercato è la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 10x + 4y = 0$.

3. Il limite è $\ell = 7e^{-1}$.

4. La serie converge per $\alpha > 3/2$.

5. L'integrale vale $7e^2$.

6. Il limite è $\ell = -1/4$

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \sqrt[3]{1 - 4\arctan(\cos(x))}$.

Fila 2

1. (a) $\operatorname{dom} f = (-\infty, -3) \cup (-3, +\infty)$.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$, $y = 0$ asintoto orizzontale completo.
$\lim_{x\to -3^{\pm}} f(x) = \pm\infty$, $x = -3$ asintoto verticale completo.
Non ci sono asintoti obliqui.

(c)

$$f'(x) = \begin{cases} -\dfrac{x+4}{(x+3)^2}e^{-x} & x > 0 \\ \dfrac{x+2}{(x+3)^2}e^{x} & x < 0 \end{cases}$$

$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$. Il punto $x_0 = 0$ è punto angoloso, infatti $f'_-(0) = 2/9$, $f'_+(0) = -4/9$.

(d) f strettamente crescente in $(-2, 0)$; f strettamente decrescente in $(-\infty, -3) \cup (-3, -2) \cup (0, +\infty)$;
$x = -2$ è punto di minimo relativo stazionario, $x = 0$ è punto di massimo relativo (angoloso).
Non esistono punti di massimo/minimo assoluto in quanto f è illimitata.

(e)

$$f''(x) = \begin{cases} -\dfrac{x^2+8x+17}{(x+3)^3}e^{-x} & x > 0 \\ \dfrac{x^2+4x+5}{(x+3)^3}e^{x} & x < 0 \end{cases}$$

Non esistono punti di flesso. f è convessa in $(-3, 0) \cup (0, +\infty)$ e concava in $(-\infty, -3)$.

2. Il luogo geometrico cercato è la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 10x + 6y = 0$.

3. Il limite è $\ell = 6e^{-2}$.

4. La serie converge per $\alpha > 3/2$.

5. L'integrale vale $6e^2$.

6. Il limite è $\ell = -1/7$

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \sqrt[3]{1 - 8\arctan(\cos(x))}$.

Fila 3

1. (a) $\operatorname{dom} f = (-\infty, -4) \cup (-4, +\infty)$.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$, $y = 0$ asintoto orizzontale completo.
$\lim_{x\to -4^{\pm}} f(x) = \pm\infty$, $x = -4$ asintoto verticale completo.
Non ci sono asintoti obliqui.

(c)

$$f'(x) = \begin{cases} -\dfrac{x+5}{(x+4)^2}e^{-x} & x > 0 \\ \dfrac{x+3}{(x+4)^2}e^{x} & x < 0 \end{cases}$$

dom f' = dom $f \setminus \{0\}$. Il punto $x_0 = 0$ è punto angoloso, infatti $f'_-(0) = 3/16$, $f'_+(0) = -5/16$.

(d) f strettamente crescente in $(-3, 0)$; f strettamente decrescente in $(-\infty, -4) \cup (-4, -3) \cup (0, +\infty)$;
$x = -3$ è punto di minimo relativo stazionario, $x = 0$ è punto di massimo relativo (angoloso).
Non esistono punti di massimo/minimo assoluto in quanto f è illimitata.

(e)

$$f''(x) = \begin{cases} -\dfrac{x^2+10x+26}{(x+4)^3}e^{-x} & x > 0 \\ \dfrac{x^2+6x+10}{(x+4)^3}e^{x} & x < 0 \end{cases}$$

Non esistono punti di flesso. f è convessa in $(-4, 0) \cup (0, +\infty)$ e concava in $(-\infty, -4)$.

2. Il luogo geometrico cercato è la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 10x + 8y = 0$.

3. Il limite è $\ell = 5e^{-3}$.

4. La serie converge per $\alpha > 3/2$.

5. L'integrale vale $5e^2$.

6. Il limite è $\ell = -1/10$

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \sqrt[3]{1 - 12\arctan(\cos(x))}$.

Fila 4

1. (a) dom $f = (-\infty, -5) \cup (-5, +\infty)$.

(b) $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$, $y = 0$ asintoto orizzontale completo.
$\lim_{x \to -5^\pm} f(x) = \pm\infty$, $x = -5$ asintoto verticale completo.
Non ci sono asintoti obliqui.

(c)

$$f'(x) = \begin{cases} -\dfrac{x+6}{(x+5)^2}e^{-x} & x > 0 \\ \dfrac{x+4}{(x+5)^2}e^{x} & x < 0 \end{cases}$$

dom f' = dom $f \setminus \{0\}$. Il punto $x_0 = 0$ è punto angoloso, infatti $f'_-(0) = 4/25$, $f'_+(0) = -6/25$.

(d) f strettamente crescente in $(-4, 0)$; f strettamente decrescente in $(-\infty, -5) \cup (-5, -4) \cup (0, +\infty)$;
$x = -4$ è punto di minimo relativo stazionario, $x = 0$ è punto di massimo relativo (angoloso).
Non esistono punti di massimo/minimo assoluto in quanto f è illimitata.

(e)

$$f''(x) = \begin{cases} -\dfrac{x^2+12x+37}{(x+5)^3}e^{-x} & x > 0 \\ \dfrac{x^2+8x+17}{(x+5)^3}e^{x} & x < 0 \end{cases}$$

Non esistono punti di flesso. f è convessa in $(-5,0) \cup (0,+\infty)$ e concava in $(-\infty,-5)$.

2. Il luogo geometrico cercato è la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 10x + 10y = 0$.

3. Il limite è $\ell = 4e^{-4}$.

4. La serie converge per $\alpha > 3/2$.

5. L'integrale vale $4e^2$.

6. Il limite è $\ell = -1/13$

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \sqrt[3]{1 - 16\arctan(\cos(x))}$.

Fila 5

1. (a) $\operatorname{dom} f = (-\infty,-6) \cup (-6,+\infty)$.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$, $y = 0$ asintoto orizzontale completo.
$\lim_{x\to-6^\pm} f(x) = \pm\infty$, $x = -6$ asintoto verticale completo.
Non ci sono asintoti obliqui.

(c)

$$f'(x) = \begin{cases} -\dfrac{x+7}{(x+6)^2}e^{-x} & x > 0 \\ \dfrac{x+5}{(x+6)^2}e^{x} & x < 0 \end{cases}$$

$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$. Il punto $x_0 = 0$ è punto angoloso, infatti $f'_-(0) = 5/36$, $f'_+(0) = -7/36$.

(d) f strettamente crescente in $(-5,0)$; f strettamente decrescente in $(-\infty,-6) \cup (-6,-5) \cup (0,+\infty)$;
$x = -5$ è punto di minimo relativo stazionario, $x = 0$ è punto di massimo relativo (angoloso).
Non esistono punti di massimo/minimo assoluto in quanto f è illimitata.

(e)

$$f''(x) = \begin{cases} -\dfrac{x^2+14x+50}{(x+6)^3}e^{-x} & x > 0 \\ \dfrac{x^2+10x+26}{(x+6)^3}e^{x} & x < 0 \end{cases}$$

Non esistono punti di flesso. f è convessa in $(-6,0) \cup (0,+\infty)$ e concava in $(-\infty,-6)$.

2. Il luogo geometrico cercato è la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 10x + 12y = 0$.

3. Il limite è $\ell = 3e^{-5}$.

4. La serie converge per $\alpha > 3/2$.

5. L'integrale vale $3e^2$.

6. Il limite è $\ell = -1/16$

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \sqrt[3]{1 - 20\arctan(\cos(x))}$.

Fila 6

1. (a) $\operatorname{dom} f = (-\infty, -7) \cup (-7, +\infty)$.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$, $y = 0$ asintoto orizzontale completo.
$\lim_{x\to -7^\pm} f(x) = \pm\infty$, $x = -7$ asintoto verticale completo.
Non ci sono asintoti obliqui.

(c)

$$f'(x) = \begin{cases} -\dfrac{x+8}{(x+7)^2}e^{-x} & x > 0 \\ \dfrac{x+6}{(x+7)^2}e^{x} & x < 0 \end{cases}$$

$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$. Il punto $x_0 = 0$ è punto angoloso, infatti $f'_-(0) = 6/49$, $f'_+(0) = -8/49$.

(d) f strettamente crescente in $(-6, 0)$; f strettamente decrescente in $(-\infty, -7) \cup (-7, -6) \cup (0, +\infty)$;
$x = -6$ è punto di minimo relativo stazionario, $x = 0$ è punto di massimo relativo (angoloso).
Non esistono punti di massimo/minimo assoluto in quanto f è illimitata.

(e)

$$f''(x) = \begin{cases} -\dfrac{x^2+16x+65}{(x+7)^3}e^{-x} & x > 0 \\ \dfrac{x^2+12x+37}{(x+7)^3}e^{x} & x < 0 \end{cases}$$

Non esistono punti di flesso. f è convessa in $(-7, 0) \cup (0, +\infty)$ e concava in $(-\infty, -7)$.

2. Il luogo geometrico cercato è la circonferenza di equazione $x^2 + y^2 - 10x + 14y = 0$.

3. Il limite è $\ell = 2e^{-6}$.

4. La serie converge per $\alpha > 3/2$.

5. L'integrale vale $2e^2$.

6. Il limite è $\ell = -1/19$

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \sqrt[3]{1 - 24\arctan(\cos(x))}$.
