ANALISI MATEMATICA 1 - 6 settembre 2010 - Allievi AUTLT - INFLT - ETELT

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 1 ed è il valore $f(0)$.

Fila 1

1. (a) $\text{dom}\, f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

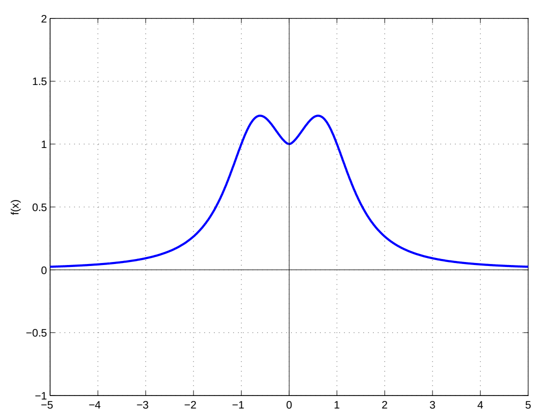
(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali e obliqui.

(c) $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$, quindi la funzione è continua in $x = 0$ e in tutto il suo dominio.

(d) $f'(x) = -\dfrac{x(2\log|x|+1)}{(1+x^2\log|x|)^2}$ per $x \neq 0$. Si ha $\lim_{x\to 0} f'(x) = 0$, quindi f è derivabile anche in $x = 0$ e $\text{dom} f' = \text{dom} f$.

(e) f crescente in $]-\infty, -e^{-1/2}[$ e in $]0, e^{-1/2}[$. $x = \pm e^{-1/2}$ sono punti stazionari di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo stazionario. Non esistono punti di minimo assoluto.

(f) f presenta almeno 4 punti flesso. Analizziamo per $x > 0$. Poiché f è pari si possono trarre analoghe conclusioni per $x < 0$. f è derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e presenta un punto di flesso in $]0, e^{-1/2}[$ (cioè tra il punto di minimo relativo ed il punto di massimo relativo) ed un punto di flesso in $]e^{-1/2}, +\infty[$ in quanto $x = e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e $y = 0$ è un asintoto orizzontale per f.



2. Il luogo geometrico è l'unione dei tre punti $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{3}{4}i$ e $z_3 = -2$.

3. La serie converge se $\alpha = 7$, altrimenti diverge.

4. Il limite è $\ell = \frac{1}{6}$

5. L'integrale vale $\frac{2\log 2}{3}$

6. Il limite è $\ell = \frac{3}{2}$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \log(\sin(e^x) + 3)$.

Fila 2

1. (a) dom $f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.
   (b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali e obliqui.
   (c) $\lim_{x\to 0} f(x) = 2$, quindi la funzione è continua in $x = 0$ e in tutto il suo dominio.
   (d) $f'(x) = -\dfrac{2x(2\log|x|+1)}{(1+x^2\log|x|)^2}$ per $x \neq 0$. Si ha $\lim_{x\to 0} f'(x) = 0$, quindi f è derivabile anche in $x = 0$ e domf' = dom$f$.
   (e) f crescente in $]-\infty, -e^{-1/2}[$ e in $]0, e^{-1/2}[$. $x = \pm e^{-1/2}$ sono punti stazionari di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo stazionario. Non esistono punti di minimo assoluto.
   (f) f presenta almeno 4 punti flesso. Analizziamo per $x > 0$. Poiché f è pari si possono trarre analoghe conclusioni per $x < 0$. f è derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e presenta un punto di flesso in $]0, e^{-1/2}[$ (cioè tra il punto di minimo relativo ed il punto di massimo relativo) ed un punto di flesso in $]e^{-1/2}, +\infty[$ in quanto $x = e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e $y = 0$ è un asintoto orizzontale per f.

2. Il luogo geometrico è l'unione dei tre punti $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{5}{6}i$ e $z_3 = -2$.

3. La serie converge se $\alpha = 6$, altrimenti diverge.

4. Il limite è $\ell = \frac{1}{12}$

5. L'integrale vale $\frac{2\log 2}{5}$

6. Il limite è $\ell = \frac{5}{2}$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \log(\sin(e^x) + 4)$.

Fila 3

1. (a) dom $f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.
   (b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali e obliqui.
   (c) $\lim_{x\to 0} f(x) = 3$, quindi la funzione è continua in $x = 0$ e in tutto il suo dominio.
   (d) $f'(x) = -\dfrac{3x(2\log|x|+1)}{(1+x^2\log|x|)^2}$ per $x \neq 0$. Si ha $\lim_{x\to 0} f'(x) = 0$, quindi f è derivabile anche in $x = 0$ e domf' = dom$f$.
   (e) f crescente in $]-\infty, -e^{-1/2}[$ e in $]0, e^{-1/2}[$. $x = \pm e^{-1/2}$ sono punti stazionari di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo stazionario. Non esistono punti di minimo assoluto.
   (f) f presenta almeno 4 punti flesso. Analizziamo per $x > 0$. Poiché f è pari si possono trarre analoghe conclusioni per $x < 0$. f è derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e presenta un punto di flesso in $]0, e^{-1/2}[$ (cioè tra il punto di minimo relativo ed il punto di massimo relativo) ed un punto di flesso in $]e^{-1/2}, +\infty[$ in quanto $x = e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e $y = 0$ è un asintoto orizzontale per f.

2. Il luogo geometrico è l'unione dei tre punti $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{7}{8}i$ e $z_3 = -2$.

3. La serie converge se $\alpha = 5$, altrimenti diverge.

4. Il limite è $\ell = \frac{1}{18}$

5. L'integrale vale $\frac{2 \log 2}{7}$

6. Il limite è $\ell = \frac{7}{2}$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \log(\sin(e^x) + 5)$.

Fila 4

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali e obliqui.

(c) $\lim_{x\to 0} f(x) = 4$, quindi la funzione è continua in $x = 0$ e in tutto il suo dominio.

(d) $f'(x) = -\dfrac{4x(2\log|x| + 1)}{(1 + x^2 \log|x|)^2}$ per $x \neq 0$. Si ha $\lim_{x\to 0} f'(x) = 0$, quindi f è derivabile anche in $x = 0$ e $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(e) f crescente in $]-\infty, -e^{-1/2}[$ e in $]0, e^{-1/2}[$. $x = \pm e^{-1/2}$ sono punti stazionari di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo stazionario. Non esistono punti di minimo assoluto.

(f) f presenta almeno 4 punti flesso. Analizziamo per $x > 0$. Poiché f è pari si possono trarre analoghe conclusioni per $x < 0$. f è derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e presenta un punto di flesso in $]0, e^{-1/2}[$ (cioè tra il punto di minimo relativo ed il punto di massimo relativo) ed un punto di flesso in $]e^{-1/2}, +\infty[$ in quanto $x = e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e $y = 0$ è un asintoto orizzontale per f.

2. Il luogo geometrico è l'unione dei tre punti $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{9}{10}i$ e $z_3 = -2$.

3. La serie converge se $\alpha = 4$, altrimenti diverge.

4. Il limite è $\ell = \frac{1}{24}$

5. L'integrale vale $\frac{2 \log 2}{9}$

6. Il limite è $\ell = \frac{9}{2}$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \log(\sin(e^x) + 6)$.

Fila 5

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali e obliqui.

(c) $\lim_{x\to 0} f(x) = 5$, quindi la funzione è continua in $x = 0$ e in tutto il suo dominio.

(d) $f'(x) = -\dfrac{5x(2\log|x| + 1)}{(1 + x^2 \log|x|)^2}$ per $x \neq 0$. Si ha $\lim_{x\to 0} f'(x) = 0$, quindi f è derivabile anche in $x = 0$ e $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(e) f crescente in $]-\infty, -e^{-1/2}[$ e in $]0, e^{-1/2}[$. $x = \pm e^{-1/2}$ sono punti stazionari di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo stazionario. Non esistono punti di minimo assoluto.

(f) f presenta almeno 4 punti flesso. Analizziamo per $x > 0$. Poiché f è pari si possono trarre analoghe conclusioni per $x < 0$. f è derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e presenta un punto di flesso in $]0, e^{-1/2}[$ (cioè tra il punto di minimo relativo ed il punto di massimo relativo) ed un punto di flesso in $]e^{-1/2}, +\infty[$ in quanto $x = e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e $y = 0$ è un asintoto orizzontale per f.

2. Il luogo geometrico è l'unione dei tre punti $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{11}{12}i$ e $z_3 = -2$.

3. La serie converge se $\alpha = 3$, altrimenti diverge.

4. Il limite è $\ell = \frac{1}{30}$

5. L'integrale vale $\frac{2\log 2}{11}$

6. Il limite è $\ell = \frac{11}{2}$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \log(\sin(e^x) + 7)$.

Fila 6

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione è pari.

(b) $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$. $y = 0$ è asintoto orizzontale completo. Non esistono asintoti verticali e obliqui.

(c) $\lim_{x\to 0} f(x) = 6$, quindi la funzione è continua in $x = 0$ e in tutto il suo dominio.

(d) $f'(x) = -\dfrac{6x(2\log|x| + 1)}{(1 + x^2\log|x|)^2}$ per $x \neq 0$. Si ha $\lim_{x\to 0} f'(x) = 0$, quindi f è derivabile anche in $x = 0$ e $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(e) f crescente in $]-\infty, -e^{-1/2}[$ e in $]0, e^{-1/2}[$. $x = \pm e^{-1/2}$ sono punti stazionari di massimo relativo e assoluto, $x = 0$ è punto di minimo relativo stazionario. Non esistono punti di minimo assoluto.

(f) f presenta almeno 4 punti flesso. Analizziamo per $x > 0$. Poiché f è pari si possono trarre analoghe conclusioni per $x < 0$. f è derivabile su tutto $\mathbb{R}$ e presenta un punto di flesso in $]0, e^{-1/2}[$ (cioè tra il punto di minimo relativo ed il punto di massimo relativo) ed un punto di flesso in $]e^{-1/2}, +\infty[$ in quanto $x = e^{-1/2}$ è punto di massimo relativo e $y = 0$ è un asintoto orizzontale per f.

2. Il luogo geometrico è l'unione dei tre punti $z_1 = 0$, $z_2 = \frac{13}{14}i$ e $z_3 = -2$.

3. La serie converge se $\alpha = 2$, altrimenti diverge.

4. Il limite è $\ell = \frac{1}{36}$

5. L'integrale vale $\frac{2\log 2}{13}$

6. Il limite è $\ell = \frac{13}{2}$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è $y(x) = \log(\sin(e^x) + 8)$.
