

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AUTLT,  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT,

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 3 \arctan(x) + \frac{1}{x}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

---

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 1]:**

---

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

---

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$ ; senza studiarne il segno, dire se  $f$  ammette eventuali punti di flesso e in quali intervalli.

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Sia

$$w = \frac{2}{\sqrt{2}} \left[ \left| \frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right| - i e^{3\pi i} \right].$$

Determinare le radici terze complesse di  $w$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{n} \left[ \cos\left(\frac{1}{n^2}\right) - 1 \right]}{\sqrt{\log\left(1 + \frac{7}{n^3}\right) + n - \sqrt{n}}}$$

**Risposta [punti 4,5]:**

---

4. Siano  $\alpha \in \mathbb{R}$  e  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(\sin|x-1|)^\alpha}{7 \log x} & \text{se } x \neq 1 \\ 0 & \text{se } x = 1. \end{cases}$$

Discutere la continuità di  $f$  in  $x = 1$  al variare di  $\alpha$  e classificare le eventuali discontinuità.

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Determinare la primitiva  $F(x)$  della funzione  $f : ]-\infty, 0] \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \sqrt{e^{4x} - e^{6x}}$  tale che  $F(0) = 1$ .

Quindi calcolare  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$ .

**Risposta [punti 4,5]:**

---

6. Studiare al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  il carattere dell'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{e^{x/4} - 1}{(\sinh x)^\alpha x^{3/2}} dx$$

**Risposta [punti 4]:**

---

7. Determinare la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

**Risposta [punti 3]:**

---