

Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AUTLT, \diamond INFLT, \diamond ETELT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \begin{cases} (x-2) \log |x-2| & \text{se } x \neq 2 \\ 0 & \text{se } x = 2 \end{cases}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti. **[punti 1]:**

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Studiare la continuità della funzione nel suo dominio.

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f : stabilire se f è limitata inferiormente/superiormente.

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 1]:

2. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$z \left(z + \frac{\sqrt{3}}{3}i \right) \operatorname{Re} \left(1 + 2i + z + \sqrt{3}i\bar{z} \right) = 0.$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il carattere della serie e, nel caso in cui essa converga, determinarne la somma

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^{n+3}}{e^{2n}}$$

Risposta [punti 3]:

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \cos x + 1}{2x + x^2 + 1 - \frac{e^x - 1}{x}}$$

Risposta [punti 4]:

5. Calcolare l'integrale

$$\int_0^\pi \frac{\sin 2x}{3} \sqrt{1 + \cos x} \, dx$$

Risposta [punti 4]:

6. Dire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio seguente converge

$$\int_0^3 \frac{\cosh x - 1}{(e^x - 1)^\alpha \log(1 + x)} \, dx$$

Risposta [punti 3]:

7. Determinare la funzione $y(x)$ non identicamente nulla, soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{x}{x^4 + 1} y^{\frac{2}{3}} \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:
