
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AUTLT, \diamond INFLT, \diamond ETELT,

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x|x| - 1}{x + 1} + 1$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f .

Risposta [punti 0,5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1,5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f ; studiare la concavità e la convessità della funzione e determinare eventuali punti di flesso.

Risposta [punti 2]:

2. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C} \setminus \{0 + i0\}$ tali che $\operatorname{Re} \left(\frac{1}{z} \right) = 1$.

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{e^{-2n} \log(2n)}{\sqrt{4e^{4n} + \log n} - 2e^{2n}}$$

Risposta [punti 3]:

4. Determinare il carattere della seguente serie numerica:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^{\frac{2}{n}} \left(\cosh \left(\frac{2}{n^2} \right) - 1 \right)}{\frac{2}{n^{2/3}} - \sin \left(\frac{2}{n^{2/3}} \right)}$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare la derivata prima della funzione $f(x) = \arctan \left(\sqrt{e^{2x} + 1} \right)$.

Risposta [punti 2]:

6. Calcolare l'integrale $\int_0^2 2|(x-1)e^x| dx$

Risposta [punti 3]:

7. Studiare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il carattere dell'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} e^{-3\alpha x} \sin \left(\frac{1}{e^{2x}} \right) dx$$

Risposta [punti 4]:

8. Determinare la funzione $y : \mathbb{R} \rightarrow (\log 9, +\infty)$, soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 6x^2(1 - 7e^{-y}) \\ y(0) = \log 8. \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:
