
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: ◇ AUTL, ◇ INFL, ◇ ETELT

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{e^{-|x|}}{x+2}$$

Tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti, sui fogli di protocollo.

Determinare il dominio di f .

Risposta [punti 0,5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2,5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\left[\operatorname{Re}(z + 3) - e^{i\pi/2}|z|^2 - z \overline{(z + 4)} + 5(z + \bar{z})i - \operatorname{Im}\left(\frac{3}{i^3}\right) \right] \in \mathbb{R}$$

Risposta [punti 4]:

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!(n+1)^n \sin\left(\frac{7n}{(n+1)!}\right)}{2^n + (n+2)^n}$$

Risposta [punti 4]:

4. Dire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} - 2^{-n}}{2n^\alpha}$$

Risposta [punti 4]:

5. Calcolare l'integrale seguente

$$\int_{e^{-1/2}}^1 7 \frac{e^{1/(1+\log x)}}{x(1+\log x)^3} dx$$

Risposta [punti 4]:

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 \cos \frac{1}{x} (\sin \frac{1}{x} - \sinh \frac{1}{x})}{4x(e^{-1/x} - 1)^4}$$

Risposta [punti 3]:

7. Determinare la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{4 \sin x}{3y^2(1 + \cos^2 x)} \\ y(\pi/2) = 1 \end{cases}$$

Risposta [punti 3]:
