

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:   ◇ AUTL,   ◇ INFL,   ◇ ETELT

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{e^{-|x|}}{x+2}$$

Tracciare un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti, sui fogli di protocollo.

Determinare il dominio di  $f$ .

**Risposta [punti 0,5]:**

---

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 1]:**

---

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 2,5]:**

---

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$  e studiare la concavità e la convessità di  $f$ , calcolando gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\left[ \operatorname{Re}(z + 3) - e^{i\pi/2}|z|^2 - z \overline{(z + 4)} + 5(z + \bar{z})i - \operatorname{Im}\left(\frac{3}{i^3}\right) \right] \in \mathbb{R}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

3. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!(n+1)^n \sin\left(\frac{7n}{(n+1)!}\right)}{2^n + (n+2)^n}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

4. Dire per quali valori del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$  la seguente serie converge

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} - 2^{-n}}{2n^\alpha}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Calcolare l'integrale seguente

$$\int_{e^{-1/2}}^1 7 \frac{e^{1/(1+\log x)}}{x(1+\log x)^3} dx$$

**Risposta [punti 4]:**

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 \cos \frac{1}{x} (\sin \frac{1}{x} - \sinh \frac{1}{x})}{4x(e^{-1/x} - 1)^4}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Determinare la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{4 \sin x}{3y^2(1 + \cos^2 x)} \\ y(\pi/2) = 1 \end{cases}$$

**Risposta [punti 3]:**

---