

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AUTLT,  $\diamond$  INFLT,  $\diamond$  ETELT

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1 + x^2 \log |x|} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 1]:**

Studiare la continuità della funzione nel suo dominio.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 2]:**

Studiare la crescita e decrescenza di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ : stabilire se  $f$  è limitata inferiormente/superiormente.

**Risposta [punti 2]:**

Senza calcolare la funzione derivata seconda di  $f$  dire se la funzione ammette dei flessi e localizzarli.

**Risposta [punti 1]:**

---

2. Determinare il luogo geometrico dei punti  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$2(z + \bar{z}) - 3\text{Im}(z) = z^2 - 3|z|^2.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Dire per quali valori del parametro  $\alpha \geq 7$  la seguente serie converge

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[ e^{1/n^2} - 1 + (\alpha - 7) \sin \frac{1}{n} \right]$$

**Risposta [punti 4]:**

---

4. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 \int_0^x (e^{-t^2} - (\cos t)^2) dt}{x^5}$$

[Suggerimento: utilizzare il primo teorema fondamentale del calcolo integrale ed il teorema di de l'Hôpital]

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Calcolare l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(1+t)}{3t^2} dt$$

**Risposta [punti 4]:**

---

6. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 (e^{1/n} - 1) \left[ \sqrt{n^2 + \log \left( 1 + \frac{3}{n} \right)} - n \right]$$

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Determinare la funzione  $y(x)$  soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = e^{x-y} \cos(e^x) \\ y(\log \pi) = \log 3. \end{cases}$$

**Risposta [punti 4]:**

---