ANALISI MATEMATICA I - 29 giugno 2009 - Allievi GESL - INFL

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 5 ed è il valore di x in cui la funzione f assume valore nullo.

Fila 1

1. (a) $\mathrm{dom} f =]-\infty, \log 3[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \log 3$, $\lim_{x\to 3^-} f(x) = -\infty$. La retta $y = \log 3$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, la retta $x = \log 3$ è asintoto verticale sinistro. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = e^x \dfrac{2-e^x}{3-e^x}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f crescente in $]-\infty, \log 2[$, decrescente in $]\log 2, \log 3[$. $x = \log 2$ punto di massimo assoluto; la funzione è illimitata inferiormente.

(e) $f''(x) = e^x \dfrac{6-6e^x+e^{2x}}{(3-e^x)^2}$, f convessa in $]-\infty, \log(3-\sqrt{3})[$, $x = \log(3-\sqrt{3})$ punto di flesso.

2. Il luogo geometrico cercato è il segmento intersezione fra il cerchio di centro $(3, 1)$ e raggio 2 e l'asse delle x.

3. $\ell = 0$ se $\alpha > -6$, $\ell = 3/4$ se $\alpha = -6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha < -6$

4. La serie converge per $|\beta| < \dfrac{e}{7}$

5. Se $\gamma > 0$ f è continua in tutto $\mathbb{R}$; se $\gamma \leq 0$ f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ ed in $x = 1$ ammette un punto di discontinuità di seconda specie, se $\gamma = 0$, di infinito, se $\gamma < 0$.

6. L'integrale vale $\dfrac{8}{7} \log 8$

7. $y(x) = \dfrac{1}{x-1}(x^2-3)$

Fila 2

1. (a) $\mathrm{dom} f =]-\infty, \log 4[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \log 4$, $\lim_{x\to 4^-} f(x) = -\infty$. La retta $y = \log 4$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, la retta $x = \log 4$ è asintoto verticale sinistro. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = e^x \dfrac{3-e^x}{4-e^x}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f crescente in $]-\infty, \log 3[$, decrescente in $]\log 3, \log 4[$. $x = \log 3$ punto di massimo assoluto; la funzione è illimitata inferiormente.

(e) $f''(x) = e^x \dfrac{12-8e^x+e^{2x}}{(4-e^x)^2}$, f convessa in $]-\infty, \log(4-\sqrt{4})[$, $x = \log(4-\sqrt{4})$ punto di flesso.

2. Il luogo geometrico cercato è il segmento intersezione fra il cerchio di centro $(5, 1)$ e raggio 3 e l'asse delle x.

3. $\ell = 0$ se $\alpha > -6$, $\ell = 5/4$ se $\alpha = -6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha < -6$

4. La serie converge per $|\beta| < \dfrac{e}{6}$

5. Se $\gamma > 0$ f è continua in tutto $\mathbb{R}$; se $\gamma \leq 0$ f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ ed in $x = 2$ ammette un punto di discontinuità di seconda specie, se $\gamma = 0$, di infinito, se $\gamma < 0$.

6. L'integrale vale $\dfrac{7}{6} \log 7$

7. $y(x) = \dfrac{1}{x-2}(x^2 - 8)$

Fila 3

1. (a) $\mathrm{dom} f =]-\infty, \log 5[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \log 5$, $\lim_{x \to 5^-} f(x) = -\infty$. La retta $y = \log 5$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, la retta $x = \log 5$ è asintoto verticale sinistro. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = e^x \dfrac{4 - e^x}{5 - e^x}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f crescente in $]-\infty, \log 4[$, decrescente in $]\log 4, \log 5[$. $x = \log 4$ punto di massimo assoluto; la funzione è illimitata inferiormente.

(e) $f''(x) = e^x \dfrac{20 - 10e^x + e^{2x}}{(5 - e^x)^2}$, f convessa in $]-\infty, \log(5 - \sqrt{5})[$, $x = \log(5 - \sqrt{5})$ punto di flesso.

2. Il luogo geometrico cercato è il segmento intersezione fra il cerchio di centro $(7, 1)$ e raggio 4 e l'asse delle x.

3. $\ell = 0$ se $\alpha > -6$, $\ell = 7/4$ se $\alpha = -6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha < -6$

4. La serie converge per $|\beta| < \dfrac{e}{5}$

5. Se $\gamma > 0$ f è continua in tutto $\mathbb{R}$; se $\gamma \leq 0$ f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ ed in $x = 3$ ammette un punto di discontinuità di seconda specie, se $\gamma = 0$, di infinito, se $\gamma < 0$.

6. L'integrale vale $\dfrac{6}{5} \log 6$

7. $y(x) = \dfrac{1}{x-3}(x^2 - 15)$

Fila 4

1. (a) $\mathrm{dom} f =]-\infty, \log 6[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \log 6$, $\lim_{x \to 6^-} f(x) = -\infty$. La retta $y = \log 6$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, la retta $x = \log 6$ è asintoto verticale sinistro. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = e^x \dfrac{5 - e^x}{6 - e^x}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f crescente in $]-\infty, \log 5[$, decrescente in $]\log 5, \log 6[$. $x = \log 5$ punto di massimo assoluto; la funzione è illimitata inferiormente.

(e) $f''(x) = e^x \dfrac{30 - 12e^x + e^{2x}}{(6 - e^x)^2}$, f convessa in $]-\infty, \log(6 - \sqrt{6})[$, $x = \log(6 - \sqrt{6})$ punto di flesso.

2. Il luogo geometrico cercato è il segmento intersezione fra il cerchio di centro $(9, 1)$ e raggio 5 e l'asse delle x.

3. $\ell = 0$ se $\alpha > -6$, $\ell = 9/4$ se $\alpha = -6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha < -6$

4. La serie converge per $|\beta| < \dfrac{e}{4}$

5. Se $\gamma > 0$ f è continua in tutto $\mathbb{R}$; se $\gamma \leq 0$ f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ ed in $x = 4$ ammette un punto di discontinuità di seconda specie, se $\gamma = 0$, di infinito, se $\gamma < 0$.

6. L'integrale vale $\dfrac{5}{4} \log 5$

7. $y(x) = \dfrac{1}{x-4}(x^2 - 24)$

Fila 5

1. (a) $\mathrm{dom} f =]-\infty, \log 7[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \log 7$, $\lim_{x\to 7^-} f(x) = -\infty$. La retta $y = \log 7$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, la retta $x = \log 7$ è asintoto verticale sinistro. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = e^x \dfrac{6 - e^x}{7 - e^x}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f crescente in $]-\infty, \log 6[$, decrescente in $]\log 6, \log 7[$. $x = \log 6$ punto di massimo assoluto; la funzione è illimitata inferiormente.

(e) $f''(x) = e^x \dfrac{42 - 14e^x + e^{2x}}{(7 - e^x)^2}$, f convessa in $]-\infty, \log(7 - \sqrt{7})[$, $x = \log(7 - \sqrt{7})$ punto di flesso.

2. Il luogo geometrico cercato è il segmento intersezione fra il cerchio di centro $(11, 1)$ e raggio 6 e l'asse delle x.

3. $\ell = 0$ se $\alpha > -6$, $\ell = 11/4$ se $\alpha = -6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha < -6$

4. La serie converge per $|\beta| < \dfrac{e}{3}$

5. Se $\gamma > 0$ f è continua in tutto $\mathbb{R}$; se $\gamma \leq 0$ f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ ed in $x = 5$ ammette un punto di discontinuità di seconda specie, se $\gamma = 0$, di infinito, se $\gamma < 0$.

6. L'integrale vale $\dfrac{4}{3} \log 4$

7. $y(x) = \dfrac{1}{x-5}(x^2 - 35)$

Fila 6

1. (a) $\mathrm{dom} f =]-\infty, \log 8[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \log 8$, $\lim_{x\to 8^-} f(x) = -\infty$. La retta $y = \log 8$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, la retta $x = \log 8$ è asintoto verticale sinistro. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = e^x \dfrac{7 - e^x}{8 - e^x}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f crescente in $]-\infty, \log 7[$, decrescente in $]\log 7, \log 8[$. $x = \log 7$ punto di massimo assoluto; la funzione è illimitata inferiormente.

(e) $f''(x) = e^x \dfrac{56 - 16e^x + e^{2x}}{(8 - e^x)^2}$, f convessa in $]-\infty, \log(8 - \sqrt{8})[$, $x = \log(8 - \sqrt{8})$ punto di flesso.

2. Il luogo geometrico cercato è il segmento intersezione fra il cerchio di centro $(13, 1)$ e raggio 7 e l'asse delle x.

3. $\ell = 0$ se $\alpha > -6$, $\ell = 13/4$ se $\alpha = -6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha < -6$

4. La serie converge per $|\beta| < \dfrac{e}{2}$

5. Se $\gamma > 0$ f è continua in tutto $\mathbb{R}$; se $\gamma \leq 0$ f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{6\}$ ed in $x = 6$ ammette un punto di discontinuità di seconda specie, se $\gamma = 0$, di infinito, se $\gamma < 0$.

6. L'integrale vale $\dfrac{3}{2} \log 3$

7. $y(x) = \dfrac{1}{x - 6}(x^2 - 48)$