ANALISI MATEMATICA I - 26 gennaio 2009 - Allievi GESL - INFL

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 5 ed è il punto in cui bisogna studiare la continuità e la derivabilità di f.

Fila 1

1. (a) $\operatorname{dom} f =]0,1[\cup]1,+\infty[$. La funzione non presenta simmetrie.

(b) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $x = 0$ asintoto verticale destro, $\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$, $x = 1$ asintoto verticale completo, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, non c'è asintoto obliquo in quanto la funzione si comporta come $\log^2(x)$ per $x \to +\infty$.

(c) $f'(x) = \dfrac{1}{x}\left[\dfrac{\log^2 x - \log^2 3}{\log x}\right]$

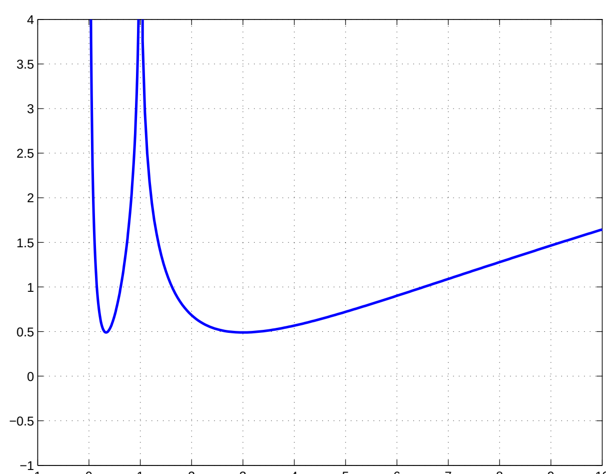
$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) f strettamente crescente in $]\frac{1}{3}, 1[$ e in $]3,+\infty[$; f strettamente decrescente in $]1,3[$;

$x = \dfrac{1}{3}$ e $x = 3$ entrambi punti di minimo relativo e assoluto.

Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

(e) f ammette almeno un punto di flesso nell'intervallo $]1,+\infty[$, perché la funzione all'infinito ha un andamento logaritmico (quindi concava).



2. La retta $y = x$ (contata due volte)

3. Il limite è $\ell = e^{-2}$.

4. La serie converge assolutamente.

5. La funzione è continua e derivabile per $\alpha = 2$, altrimenti punto di discontinuità eliminabile.

6. L'integrale vale $\dfrac{\pi^2}{28}$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \sin 7x + \dfrac{1}{48}\cos x$.

Fila 2

1. (a) $\operatorname{dom} f =]0,1[\cup]1,+\infty[$. La funzione non presenta simmetrie.

(b) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $x=0$ asintoto verticale destro, $\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$, $x=1$ asintoto verticale completo, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, non c'è asintoto obliquo in quanto la funzione si comporta come $\log^2(x)$ per $x \to +\infty$.

(c) $f'(x) = \dfrac{1}{x}\left[\dfrac{\log^2 x - \log^2 4}{\log x}\right]$

$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) f strettamente crescente in $]\frac{1}{4},1[$ e in $]4,+\infty[$; f strettamente decrescente in $]1,4[$;

$x = \dfrac{1}{4}$ e $x = 4$ entrambi punti di minimo relativo e assoluto.

Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

(e) f ammette almeno un punto di flesso nell'intervallo $]1,+\infty[$, perché la funzione all'infinito ha un andamento logaritmico (quindi concava).

2. La retta $y = x$ (contata due volte)

3. Il limite è $\ell = e^{-3}$.

4. La serie converge assolutamente.

5. La funzione è continua e derivabile per $\alpha = 3$, altrimenti punto di discontinuità eliminabile.

6. L'integrale vale $\dfrac{\pi^2}{24}$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \sin 6x + \dfrac{1}{35}\cos x$.

Fila 3

1. (a) $\operatorname{dom} f =]0,1[\cup]1,+\infty[$. La funzione non presenta simmetrie.

(b) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $x=0$ asintoto verticale destro, $\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$, $x=1$ asintoto verticale completo, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, non c'è asintoto obliquo in quanto la funzione si comporta come $\log^2(x)$ per $x \to +\infty$.

(c) $f'(x) = \dfrac{1}{x}\left[\dfrac{\log^2 x - \log^2 5}{\log x}\right]$

$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) f strettamente crescente in $]\frac{1}{5},1[$ e in $]5,+\infty[$; f strettamente decrescente in $]1,5[$;

$x = \dfrac{1}{5}$ e $x = 5$ entrambi punti di minimo relativo e assoluto.

Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

(e) f ammette almeno un punto di flesso nell'intervallo $]1,+\infty[$, perché la funzione all'infinito ha un andamento logaritmico (quindi concava).

2. La retta $y = x$ (contata due volte)

3. Il limite è $\ell = e^{-4}$.

4. La serie converge assolutamente.

5. La funzione è continua e derivabile per $\alpha = 4$, altrimenti punto di discontinuità eliminabile.

6. L'integrale vale $\dfrac{\pi^2}{20}$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \sin 5x + \dfrac{1}{24}\cos x$.

Fila 4

1. (a) $\mathrm{dom}\, f =]0,1[\cup]1,+\infty[$. La funzione non presenta simmetrie.

(b) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $x = 0$ asintoto verticale destro, $\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$, $x = 1$ asintoto verticale completo, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$, non c'è asintoto obliquo in quanto la funzione si comporta come $\log^2(x)$ per $x \to +\infty$.

(c) $f'(x) = \dfrac{1}{x}\left[\dfrac{\log^2 x - \log^2 6}{\log x}\right]$
$\mathrm{dom}\, f' = \mathrm{dom}\, f$.

(d) f strettamente crescente in $]\frac{1}{6}, 1[$ e in $]6,+\infty[$; f strettamente decrescente in $]1,6[$;
$x = \dfrac{1}{6}$ e $x = 6$ entrambi punti di minimo relativo e assoluto.
Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

(e) f ammette almeno un punto di flesso nell'intervallo $]1,+\infty[$, perché la funzione all'infinito ha un andamento logaritmico (quindi concava).

2. La retta $y = x$ (contata due volte)

3. Il limite è $\ell = e^{-5}$.

4. La serie converge assolutamente.

5. La funzione è continua e derivabile per $\alpha = 5$, altrimenti punto di discontinuità eliminabile.

6. L'integrale vale $\dfrac{\pi^2}{16}$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \sin 4x + \dfrac{1}{15}\cos x$.

Fila 5

1. (a) $\mathrm{dom}\, f =]0,1[\cup]1,+\infty[$. La funzione non presenta simmetrie.

(b) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $x = 0$ asintoto verticale destro, $\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$, $x = 1$ asintoto verticale completo, $\lim_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$, non c'è asintoto obliquo in quanto la funzione si comporta come $\log^2(x)$ per $x \to +\infty$.

(c) $f'(x) = \dfrac{1}{x}\left[\dfrac{\log^2 x - \log^2 7}{\log x}\right]$
$\mathrm{dom}\, f' = \mathrm{dom}\, f$.

(d) f strettamente crescente in $]\frac{1}{7}, 1[$ e in $]7,+\infty[$; f strettamente decrescente in $]1,7[$;
$x = \dfrac{1}{7}$ e $x = 7$ entrambi punti di minimo relativo e assoluto.
Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

(e) f ammette almeno un punto di flesso nell'intervallo $]1, +\infty[$, perché la funzione all'infinito ha un andamento logaritmico (quindi concava).

2. La retta $y = x$ (contata due volte)

3. Il limite è $\ell = e^{-6}$.

4. La serie converge assolutamente.

5. La funzione è continua e derivabile per $\alpha = 6$, altrimenti punto di discontinuità eliminabile.

6. L'integrale vale $\dfrac{\pi^2}{12}$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \sin 3x + \dfrac{1}{8}\cos x$.

Fila 6

1. (a) $\operatorname{dom} f =]0, 1[\cup]1, +\infty[$. La funzione non presenta simmetrie.

(b) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$, $x = 0$ asintoto verticale destro, $\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$, $x = 1$ asintoto verticale completo, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, non c'è asintoto obliquo in quanto la funzione si comporta come $\log^2(x)$ per $x \to +\infty$.

(c) $f'(x) = \dfrac{1}{x}\left[\dfrac{\log^2 x - \log^2 8}{\log x}\right]$
$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$.

(d) f strettamente crescente in $]\frac{1}{8}, 1[$ e in $]8, +\infty[$; f strettamente decrescente in $]1, 8[$;
$x = \dfrac{1}{8}$ e $x = 8$ entrambi punti di minimo relativo e assoluto.
Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

(e) f ammette almeno un punto di flesso nell'intervallo $]1, +\infty[$, perché la funzione all'infinito ha un andamento logaritmico (quindi concava).

2. La retta $y = x$ (contata due volte)

3. Il limite è $\ell = e^{-7}$.

4. La serie converge assolutamente.

5. La funzione è continua e derivabile per $\alpha = 7$, altrimenti punto di discontinuità eliminabile.

6. L'integrale vale $\dfrac{\pi^2}{8}$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \sin 2x + \dfrac{1}{3}\cos x$.
