ANALISI MATEMATICA I - 9 gennaio 2009 - Allievi GESL - INFL

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 5 e si ottiene sottraendo 1 al numero che moltiplica $x^{\frac{\log(2-\cos x)}{\sin x}}$.

Fila 1

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione non presenta simmetrie.

(b) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$, quindi la retta $y = 0$ è asintoto orizzontale destro per $f(x)$.
$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ e non esiste asintoto obliquo per $x \to -\infty$ in quanto la funzione si comporta come un'esponenziale. Non sono presenti asintoti verticali in quanto il dominio di f è tutto $\mathbb{R}$.

(c)

$$f'(x) = \begin{cases} (1-x)e^{2-x} & \text{per } x > 0 \\ (x-1)e^{2-x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

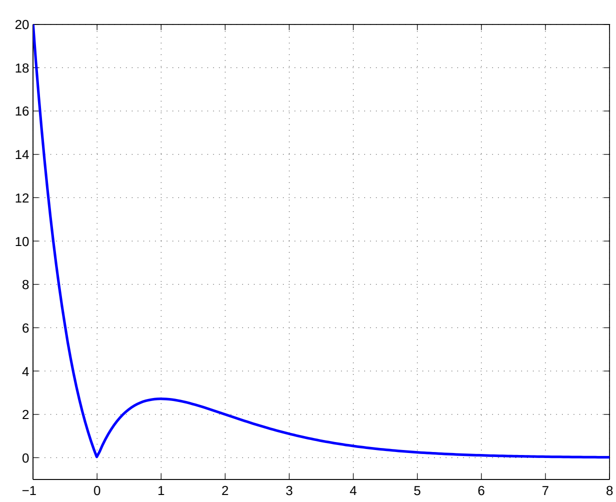
$\operatorname{dom} f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il punto $x = 0$ è un punto angoloso per f, si ha infatti $f'_\pm(0) = \pm e^2$.

(d) f strettamente crescente in $(0, 1)$; f strettamente decrescente in $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$; $x = 0$ è punto di minimo relativo e assoluto, $x = 1$ è punto di massimo relativo. Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

(e)

$$f''(x) = \begin{cases} (x-2)e^{2-x} & \text{per } x > 0 \\ (2-x)e^{2-x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

f strettamente convessa in $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$; f strettamente concava in $(0, 2)$; $x = 2$ è punto di flesso a tangente obliqua.



2. Si ha $w = 2 \cdot 2^3 e^{i\pi}$. Le radici complesse di w sono $z_0 = \sqrt[3]{2}\,\left(1 + \sqrt{3}i\right)$, $z_1 = -2\sqrt[3]{2}$, $z_2 = \sqrt[3]{2}\,\left(1 - \sqrt{3}i\right)$.

3. Il limite è $\ell = 0$ se $0 < \alpha < 2$, $\ell = 1$ se $\alpha = 2$, $\ell = +\infty$ se $\alpha > 2$.

4. La serie converge se $\beta < \dfrac{2}{3}$, diverge altrimenti.

5. Il limite vale $\ell = 2$.

6. L'integrale vale $\frac{1}{3}(\sqrt{2}\pi - 4)$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \frac{1}{6}(x^2 + 1)$.

Fila 2

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione non presenta simmetrie.

(b) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$, quindi la retta $y = 0$ è asintoto orizzontale destro per $f(x)$. $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ e non esiste asintoto obliquo per $x \to -\infty$ in quanto la funzione si comporta come un'esponenziale. Non sono presenti asintoti verticali in quanto il dominio di f è tutto $\mathbb{R}$.

(c)

$$f'(x) = \begin{cases} (1-x)e^{3-x} & \text{per } x > 0 \\ (x-1)e^{3-x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

$\operatorname{dom} f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il punto $x = 0$ è un punto angoloso per f, si ha infatti $f'_{\pm}(0) = \pm e^3$.

(d) f strettamente crescente in $(0, 1)$; f strettamente decrescente in $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$; $x = 0$ è punto di minimo relativo e assoluto, $x = 1$ è punto di massimo relativo. Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

(e)

$$f''(x) = \begin{cases} (x-2)e^{3-x} & \text{per } x > 0 \\ (2-x)e^{3-x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

f strettamente convessa in $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$; f strettamente concava in $(0, 2)$; $x = 2$ è punto di flesso a tangente obliqua.

2. Si ha $w = 3 \cdot 2^3 e^{i\pi}$. Le radici complesse di w sono $z_0 = \sqrt[3]{3}\,\left(1 + \sqrt{3}i\right)$, $z_1 = -2\sqrt[3]{3}$, $z_2 = \sqrt[3]{3}\,\left(1 - \sqrt{3}i\right)$.

3. Il limite è $\ell = 0$ se $0 < \alpha < 3$, $\ell = 1$ se $\alpha = 3$, $\ell = +\infty$ se $\alpha > 3$.

4. La serie converge se $\beta < \frac{2}{5}$, diverge altrimenti.

5. Il limite vale $\ell = 3$.

6. L'integrale vale $\frac{1}{5}(\sqrt{2}\pi - 4)$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \frac{1}{8}(x^2 + 1)$.

Fila 3

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione non presenta simmetrie.

(b) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$, quindi la retta $y = 0$ è asintoto orizzontale destro per $f(x)$.
$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ e non esiste asintoto obliquo per $x \to -\infty$ in quanto la funzione si comporta come un'esponenziale. Non sono presenti asintoti verticali in quanto il dominio di f è tutto $\mathbb{R}$.

(c)

$$f'(x) = \begin{cases} (1-x)e^{4-x} & \text{per } x > 0 \\ (x-1)e^{4-x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

dom $f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il punto $x = 0$ è un punto angoloso per f, si ha infatti $f'_{\pm}(0) = \pm e^4$.

(d) f strettamente crescente in $(0, 1)$; f strettamente decrescente in $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$;
$x = 0$ è punto di minimo relativo e assoluto, $x = 1$ è punto di massimo relativo. Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

(e)

$$f''(x) = \begin{cases} (x-2)e^{4-x} & \text{per } x > 0 \\ (2-x)e^{4-x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

f strettamente convessa in $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$; f strettamente concava in $(0, 2)$; $x = 2$ è punto di flesso a tangente obliqua.

2. Si ha $w = 4 \cdot 2^3 e^{i\pi}$. Le radici complesse di w sono $z_0 = \sqrt[3]{4}\left(1 + \sqrt{3}i\right)$, $z_1 = -2\sqrt[3]{4}$, $z_2 = \sqrt[3]{4}\left(1 - \sqrt{3}i\right)$.

3. Il limite è $\ell = 0$ se $0 < \alpha < 4$, $\ell = 1$ se $\alpha = 4$, $\ell = +\infty$ se $\alpha > 4$.

4. La serie converge se $\beta < \dfrac{2}{7}$, diverge altrimenti.

5. Il limite vale $\ell = 4$.

6. L'integrale vale $\dfrac{1}{7}(\sqrt{2}\pi - 4)$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \dfrac{1}{10}(x^2 + 1)$.

Fila 4

1. (a) dom $f = \mathbb{R}$. La funzione non presenta simmetrie.

(b) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$, quindi la retta $y = 0$ è asintoto orizzontale destro per $f(x)$.
$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ e non esiste asintoto obliquo per $x \to -\infty$ in quanto la funzione si comporta come un'esponenziale. Non sono presenti asintoti verticali in quanto il dominio di f è tutto $\mathbb{R}$.

(c)

$$f'(x) = \begin{cases} (1-x)e^{5-x} & \text{per } x > 0 \\ (x-1)e^{5-x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

dom $f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il punto $x = 0$ è un punto angoloso per f, si ha infatti $f'_{\pm}(0) = \pm e^5$.

(d) f strettamente crescente in $(0, 1)$; f strettamente decrescente in $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$;
$x = 0$ è punto di minimo relativo e assoluto, $x = 1$ è punto di massimo relativo. Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

(e)

$$f''(x) = \begin{cases} (x-2)e^{5-x} & \text{per } x > 0 \\ (2-x)e^{5-x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

f strettamente convessa in $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$; f strettamente concava in $(0, 2)$; $x = 2$ è punto di flesso a tangente obliqua.

2. Si ha $w = 5 \cdot 2^3 e^{i\pi}$. Le radici complesse di w sono $z_0 = \sqrt[3]{5}\,\left(1 + \sqrt{3}i\right)$, $z_1 = -2\sqrt[3]{5}$, $z_2 = \sqrt[3]{5}\,\left(1 - \sqrt{3}i\right)$.

3. Il limite è $\ell = 0$ se $0 < \alpha < 5$, $\ell = 1$ se $\alpha = 5$, $\ell = +\infty$ se $\alpha > 5$.

4. La serie converge se $\beta < \dfrac{2}{9}$, diverge altrimenti.

5. Il limite vale $\ell = 5$.

6. L'integrale vale $\dfrac{1}{9}(\sqrt{2}\pi - 4)$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \dfrac{1}{12}(x^2 + 1)$.

Fila 5

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione non presenta simmetrie.

(b) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$, quindi la retta $y = 0$ è asintoto orizzontale destro per $f(x)$.
$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ e non esiste asintoto obliquo per $x \to -\infty$ in quanto la funzione si comporta come un'esponenziale. Non sono presenti asintoti verticali in quanto il dominio di f è tutto $\mathbb{R}$.

(c)

$$f'(x) = \begin{cases} (1-x)e^{6-x} & \text{per } x > 0 \\ (x-1)e^{6-x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

$\operatorname{dom} f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il punto $x = 0$ è un punto angoloso per f, si ha infatti $f'_\pm(0) = \pm e^6$.

(d) f strettamente crescente in $(0, 1)$; f strettamente decrescente in $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$;
$x = 0$ è punto di minimo relativo e assoluto, $x = 1$ è punto di massimo relativo. Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

(e)

$$f''(x) = \begin{cases} (x-2)e^{6-x} & \text{per } x > 0 \\ (2-x)e^{6-x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

f strettamente convessa in $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$; f strettamente concava in $(0, 2)$; $x = 2$ è punto di flesso a tangente obliqua.

2. Si ha $w = 6 \cdot 2^3 e^{i\pi}$. Le radici complesse di w sono $z_0 = \sqrt[3]{6}\,\left(1 + \sqrt{3}i\right)$, $z_1 = -2\sqrt[3]{6}$, $z_2 = \sqrt[3]{6}\,\left(1 - \sqrt{3}i\right)$.

3. Il limite è $\ell = 0$ se $0 < \alpha < 6$, $\ell = 1$ se $\alpha = 6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha > 6$.

4. La serie converge se $\beta < \dfrac{2}{11}$, diverge altrimenti.

5. Il limite vale $\ell = 6$.

6. L'integrale vale $\dfrac{1}{11}(\sqrt{2}\pi - 4)$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \dfrac{1}{14}(x^2 + 1)$.

Fila 6

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$. La funzione non presenta simmetrie.

(b) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$, quindi la retta $y = 0$ è asintoto orizzontale destro per $f(x)$.
$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$ e non esiste asintoto obliquo per $x \to -\infty$ in quanto la funzione si comporta come un'esponenziale. Non sono presenti asintoti verticali in quanto il dominio di f è tutto $\mathbb{R}$.

(c)

$$f'(x) = \begin{cases} (1-x)e^{7-x} & \text{per } x > 0 \\ (x-1)e^{7-x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

$\operatorname{dom} f' = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Il punto $x = 0$ è un punto angoloso per f, si ha infatti $f'_{\pm}(0) = \pm e^7$.

(d) f strettamente crescente in $(0, 1)$; f strettamente decrescente in $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$; $x = 0$ è punto di minimo relativo e assoluto, $x = 1$ è punto di massimo relativo. Non esistono punti di massimo assoluto in quanto f è illimitata superiormente.

(e)

$$f''(x) = \begin{cases} (x-2)e^{7-x} & \text{per } x > 0 \\ (2-x)e^{7-x} & \text{per } x < 0 \end{cases}$$

f strettamente convessa in $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$; f strettamente concava in $(0, 2)$; $x = 2$ è punto di flesso a tangente obliqua.

2. Si ha $w = 7 \cdot 2^3 e^{i\pi}$. Le radici complesse di w sono $z_0 = \sqrt[3]{7}\left(1 + \sqrt{3}i\right)$, $z_1 = -2\sqrt[3]{7}$, $z_2 = \sqrt[3]{7}\left(1 - \sqrt{3}i\right)$.

3. Il limite è $\ell = 0$ se $0 < \alpha < 7$, $\ell = 1$ se $\alpha = 7$, $\ell = +\infty$ se $\alpha > 7$.

4. La serie converge se $\beta < \dfrac{2}{13}$, diverge altrimenti.

5. Il limite vale $\ell = 7$.

6. L'integrale vale $\dfrac{1}{13}(\sqrt{2}\pi - 4)$.

7. La soluzione del problema di Cauchy è: $y(x) = \dfrac{1}{16}(x^2 + 1)$.
