ANALISI MATEMATICA A - 29 giugno 2009

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 7 ed è il valore di x per cui la funzione f assume valore nullo.

Fila 1

1. (a) $\mathrm{dom} f =]-\infty, \log 3[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \log 3$, $\lim_{x\to 3^-} f(x) = -\infty$. La retta $y = \log 3$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, la retta $x = \log 3$ è asintoto verticale sinistro. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = e^x \dfrac{2-e^x}{3-e^x}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f crescente in $]-\infty, \log 2[$, decrescente in $]\log 2, \log 3[$. $x = \log 2$ punto di massimo assoluto; la funzione è illimitata inferiormente.

(e) $f''(x) = e^x \dfrac{6-6e^x+e^{2x}}{(3-e^x)^2}$, f convessa in $]-\infty, \log(3-\sqrt{3})[$, $x = \log(3-\sqrt{3})$ punto di flesso.

2. La sottosuccessione per n pari è crescente, la sottosuccessione per n dispari è crescente. Applicando il teorema delle successioni monotone alle due sottosuccessioni ed unendo i risultati ottenuti, si ha: $\min A = 1$, $\sup A = +\infty$, $\nexists \max A$.

3. Il luogo geometrico cercato è il segmento intersezione fra il cerchio di centro $(3,1)$ e raggio 2 e l'asse delle x.

4. $343(i-1)$

5. $\ell = 0$ se $\alpha > -6$, $\ell = 3/4$ se $\alpha = -6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha < -6$

6. $\ell = \frac{8}{\pi}$

7. Se $\gamma > 0$ f è continua in tutto $\mathbb{R}$; se $\gamma \le 0$ f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ ed in $x = 1$ ammette un punto di discontinuità di seconda specie, se $\gamma = 0$, di infinito, se $\gamma < 0$.

Fila 2

1. (a) $\mathrm{dom} f =]-\infty, \log 4[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \log 4$, $\lim_{x\to 4^-} f(x) = -\infty$. La retta $y = \log 4$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, la retta $x = \log 4$ è asintoto verticale sinistro. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = e^x \dfrac{3-e^x}{4-e^x}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f crescente in $]-\infty, \log 3[$, decrescente in $]\log 3, \log 4[$. $x = \log 3$ punto di massimo assoluto; la funzione è illimitata inferiormente.

(e) $f''(x) = e^x \dfrac{12-8e^x+e^{2x}}{(4-e^x)^2}$, f convessa in $]-\infty, \log(4-\sqrt{4})[$, $x = \log(4-\sqrt{4})$ punto di flesso.

2. La sottosuccessione per n pari è crescente, la sottosuccessione per n dispari è crescente. Applicando il teorema delle successioni monotone alle due sottosuccessioni ed unendo i risultati ottenuti, si ha: $\min A = 1$, $\sup A = +\infty$, $\nexists \max A$.

3. Il luogo geometrico cercato è il segmento intersezione fra il cerchio di centro $(5, 1)$ e raggio 3 e l'asse delle x.

4. $216(i - 1)$

5. $\ell = 0$ se $\alpha > -6$, $\ell = 5/4$ se $\alpha = -6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha < -6$

6. $\ell = \frac{27}{\pi}$

7. Se $\gamma > 0$ f è continua in tutto $\mathbb{R}$; se $\gamma \leq 0$ f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ ed in $x = 2$ ammette un punto di discontinuità di seconda specie, se $\gamma = 0$, di infinito, se $\gamma < 0$.

Fila 3

1. (a) $\text{dom} f =]-\infty, \log 5[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \log 5$, $\lim_{x\to 5^-} f(x) = -\infty$. La retta $y = \log 5$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, la retta $x = \log 5$ è asintoto verticale sinistro. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = e^x \dfrac{4 - e^x}{5 - e^x}$, $\text{dom} f' = \text{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f crescente in $]-\infty, \log 4[$, decrescente in $]\log 4, \log 5[$. $x = \log 4$ punto di massimo assoluto; la funzione è illimitata inferiormente.

(e) $f''(x) = e^x \dfrac{20 - 10e^x + e^{2x}}{(5 - e^x)^2}$, f convessa in $]-\infty, \log(5 - \sqrt{5})[$, $x = \log(5 - \sqrt{5})$ punto di flesso.

2. La sottosuccessione per n pari è crescente, la sottosuccessione per n dispari è crescente. Applicando il teorema delle successioni monotone alle due sottosuccessioni ed unendo i risultati ottenuti, si ha: $\min A = 1$, $\sup A = +\infty$, $\nexists \max A$.

3. Il luogo geometrico cercato è il segmento intersezione fra il cerchio di centro $(7, 1)$ e raggio 4 e l'asse delle x.

4. $125(i - 1)$

5. $\ell = 0$ se $\alpha > -6$, $\ell = 7/4$ se $\alpha = -6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha < -6$

6. $\ell = \frac{64}{\pi}$

7. Se $\gamma > 0$ f è continua in tutto $\mathbb{R}$; se $\gamma \leq 0$ f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ ed in $x = 3$ ammette un punto di discontinuità di seconda specie, se $\gamma = 0$, di infinito, se $\gamma < 0$.

Fila 4

1. (a) $\text{dom} f =]-\infty, \log 6[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \log 6$, $\lim_{x\to 6^-} f(x) = -\infty$. La retta $y = \log 6$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, la retta $x = \log 6$ è asintoto verticale sinistro. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = e^x \dfrac{5 - e^x}{6 - e^x}$, $\text{dom} f' = \text{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f crescente in $]-\infty, \log 5[$, decrescente in $]\log 5, \log 6[$. $x = \log 5$ punto di massimo assoluto; la funzione è illimitata inferiormente.

(e) $f''(x) = e^x \dfrac{30 - 12e^x + e^{2x}}{(6 - e^x)^2}$, f convessa in $]-\infty, \log(6-\sqrt{6})[$, $x = \log(6-\sqrt{6})$ punto di flesso.

2. La sottosuccessione per n pari è crescente, la sottosuccessione per n dispari è crescente. Applicando il teorema delle successioni monotone alle due sottosuccessioni ed unendo i risultati ottenuti, si ha: $\min A = 1$, $\sup A = +\infty$, $\nexists \max A$.

3. Il luogo geometrico cercato è il segmento intersezione fra il cerchio di centro $(9,1)$ e raggio 5 e l'asse delle x.

4. $64(i-1)$

5. $\ell = 0$ se $\alpha > -6$, $\ell = 9/4$ se $\alpha = -6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha < -6$

6. $\ell = \frac{125}{\pi}$

7. Se $\gamma > 0$ f è continua in tutto $\mathbb{R}$; se $\gamma \le 0$ f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ ed in $x = 4$ ammette un punto di discontinuità di seconda specie, se $\gamma = 0$, di infinito, se $\gamma < 0$.

Fila 5

1. (a) $\mathrm{dom} f =]-\infty, \log 7[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \log 7$, $\lim_{x\to 7^-} f(x) = -\infty$. La retta $y = \log 7$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, la retta $x = \log 7$ è asintoto verticale sinistro. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = e^x \dfrac{6 - e^x}{7 - e^x}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f crescente in $]-\infty, \log 6[$, decrescente in $]\log 6, \log 7[$. $x = \log 6$ punto di massimo assoluto; la funzione è illimitata inferiormente.

(e) $f''(x) = e^x \dfrac{42 - 14e^x + e^{2x}}{(7 - e^x)^2}$, f convessa in $]-\infty, \log(7-\sqrt{7})[$, $x = \log(7-\sqrt{7})$ punto di flesso.

2. La sottosuccessione per n pari è crescente, la sottosuccessione per n dispari è crescente. Applicando il teorema delle successioni monotone alle due sottosuccessioni ed unendo i risultati ottenuti, si ha: $\min A = 1$, $\sup A = +\infty$, $\nexists \max A$.

3. Il luogo geometrico cercato è il segmento intersezione fra il cerchio di centro $(11,1)$ e raggio 6 e l'asse delle x.

4. $27(i-1)$

5. $\ell = 0$ se $\alpha > -6$, $\ell = 11/4$ se $\alpha = -6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha < -6$

6. $\ell = \frac{216}{\pi}$

7. Se $\gamma > 0$ f è continua in tutto $\mathbb{R}$; se $\gamma \le 0$ f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{5\}$ ed in $x = 5$ ammette un punto di discontinuità di seconda specie, se $\gamma = 0$, di infinito, se $\gamma < 0$.

Fila 6

1. (a) $\mathrm{dom} f =]-\infty, \log 8[$, non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \log 8$, $\lim_{x\to 8^-} f(x) = -\infty$. La retta $y = \log 8$ è asintoto orizzontale per $x \to -\infty$, la retta $x = \log 8$ è asintoto verticale sinistro. Non ci sono asintoti obliqui.

(c) $f'(x) = e^x \dfrac{7-e^x}{8-e^x}$, $\mathrm{dom} f' = \mathrm{dom} f$, non ci sono punti di non derivabilità.

(d) f crescente in $]-\infty, \log 7[$, decrescente in $]\log 7, \log 8[$. $x = \log 7$ punto di massimo assoluto; la funzione è illimitata inferiormente.

(e) $f''(x) = e^x \dfrac{56 - 16e^x + e^{2x}}{(8-e^x)^2}$, f convessa in $]-\infty, \log(8-\sqrt{8})[$, $x = \log(8-\sqrt{8})$ punto di flesso.

2. La sottosuccessione per n pari è crescente, la sottosuccessione per n dispari è crescente. Applicando il teorema delle successioni monotone alle due sottosuccessioni ed unendo i risultati ottenuti, si ha: $\min A = 1$, $\sup A = +\infty$, $\nexists \max A$.

3. Il luogo geometrico cercato è il segmento intersezione fra il cerchio di centro $(13, 1)$ e raggio 7 e l'asse delle x.

4. $8(i-1)$

5. $\ell = 0$ se $\alpha > -6$, $\ell = 13/4$ se $\alpha = -6$, $\ell = +\infty$ se $\alpha < -6$

6. $\ell = \frac{343}{\pi}$

7. Se $\gamma > 0$ f è continua in tutto $\mathbb{R}$; se $\gamma \leq 0$ f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{6\}$ ed in $x = 6$ ammette un punto di discontinuità di seconda specie, se $\gamma = 0$, di infinito, se $\gamma < 0$.