

1. Sia

$$A = \left\{ (-1)^n \frac{n}{n+1}, n \in \mathbf{Z}^+ \right\}.$$

Allora

Risp.: **A**: $\min A = -\frac{1}{2}$; $\sup A = 1$ **B**: $\inf A = -1$; $\max A = \frac{2}{3}$ **C**: $\inf A = -1$; $\sup A = +\infty$ **D**: $\inf A = -\infty$; $\sup A = 1$ **E**: $\min A = -\frac{1}{2}$; $\max A = \frac{2}{3}$ **F**: $\inf A = -1$; $\sup A = 1$

2. L'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ tali che $(|z|^2 + i4z) \in \mathbf{R}^+ \cup \{0\}$ è dato da

Risp.: **A**: una semicirconferenza **B**: una circonferenza **C**: una parabola **D**: una retta **E**: una semiretta
F: l'unione di due rette

3. Una delle radici quarte del numero complesso $-\frac{1}{2}$ vale

Risp.: **A**: $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$ **B**: $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2})$ **C**: $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2})$ **D**: $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}i$ **E**: 1 **F**: $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$

4. Il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\log[(n+3)!] - \log[(n+2)!]}{n^{\frac{7}{n}+1} - n}$$

vale

Risp.: **A**: e^7 **B**: $7 \log 2$ **C**: $\frac{5}{2}$ **D**: $\frac{1}{7}$ **E**: 0 **F**: $+\infty$

5. Si consideri la successione $\{a_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ definita da: $a_0 = 7$, $a_{n+1} = e^{a_n} - 1$, $\forall n \in \mathbf{N}$. Allora

Risp.: **A**: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = +\infty$ **B**: $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = -\infty$ **C**: $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = 0$ **D**: $\{a_n\}$ è decrescente e $\lim_n a_n = -1$ **E**: $\{a_n\}$ è crescente e $\lim_n a_n = e^7$ **F**: $\{a_n\}$ non è monotona

6. Il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - \sinh 2x - \cos 2x}{3x^2 + x \tan(7x^3)}$$

vale

Risp.: **A**: 0 **B**: $\frac{4}{3}$, **C**: $+\infty$ **D**: $-\frac{1}{3}$ **E**: 3 **F**: $\frac{8}{5}$

7. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = x + \log(1 + 7|x|).$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{0\}$ (b) $\text{dom}(f) = \mathbf{R}$ (c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ (d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (e) f ammette la retta di equazione $y = x + 7$ come asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ (f) f è pari

le uniche corrette sono

Risp.: **A**: a d f **B**: b d **C**: a c d **D**: b c e **E**: b d e f **F**: a e f

8. Sia f la funzione definita nell'esercizio n. 7. Delle seguenti affermazioni le uniche corrette sono

(a) f è crescente in $]0, +\infty[$ (b) f è decrescente in $]1, +\infty[$ (c) $x = 0$ è un punto angoloso per f (d) $x = 0$ è di cuspidi per f (e) f ha almeno un punto di massimo assoluto (f) f ha almeno un punto di minimo assoluto

Risp.: **A**: b c d e **B**: a d e **C**: b c e **D**: b d **E**: a c **F**: a c e f

9. Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{2xe^x - 4x + 1}{e^x - 2}.$$

Delle seguenti affermazioni

(a) $\text{dom}(f) = \mathbf{R}$ (b) $\text{dom}(f) = \mathbf{R} \setminus \{\log 2\}$ (c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (d) f è dispari (e) f ammette la retta di equazione $y = 2x$ come asintoto obliquo per $x \rightarrow +\infty$ (f) f ammette la retta di equazione $y = 2x - \frac{1}{2}$ come asintoto obliquo per $x \rightarrow -\infty$

le uniche corrette sono

Risp.: **A** : a c **B** : b c d **C** : b d e **D** : b c **E** : b c e f **F** : a c f

10. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x-1} - 1}{x-1} + \frac{x-1}{x+3} & \text{se } x \neq 1 \text{ e } x \neq -3 \\ 0 & \text{se } x = 1 \\ 1 & \text{se } x = -3. \end{cases}$$

Allora per f

Risp.: **A** : $x = 1$ è un punto di discontinuità eliminabile, $x = -3$ è un punto di salto **B** : $x = 1$ è un punto in cui f è continua, $x = -3$ è un punto di discontinuità di seconda specie **C** : $x = 1$ è un punto di discontinuità eliminabile, $x = -3$ è un punto di discontinuità di seconda specie **D** : $x = 1$ è un punto in cui f è continua, $x = -3$ è un punto di infinito **E** : $x = 1$ è un punto in cui f è continua, $x = -3$ è un punto di salto **F** : $x = 1$ è un punto di discontinuità eliminabile, $x = -3$ è un punto di infinito
