
Cognome e nome Firma

Corso di Laurea: ◇ GESL ◇ INFL; ◇ MECL ◇ AMBL; ◇ CIVL;

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da: $f(x) = \log \frac{x^2}{4-x^2}$

Tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti, sui fogli di protocollo. Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f .

Risposta [punti 1]:

Studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Si determini il numero complesso

$$w = 2 \left(\sqrt{2} + \sqrt{2}i \right) e^{i\pi/4}$$

e se ne scrivano le sue radici cubiche in forma algebrica/cartesiana.

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4(n+1)! - \frac{1}{2^n} + \sin(n^n)}{n! [\log(2^n) - \log(3^n)]}$$

Risposta [punti 3]:

4. Determinare il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=3}^{+\infty} (-1)^n \sqrt{\frac{n \sin \frac{1}{n}}{n^2 + 1}}$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(e^{x^2} - 1) - \log^2(\cos x)}{6(6 \cos x + 3 \sinh x^2 - 6)}$$

Risposta [punti 3]:

6. Siano f la funzione definita nell'esercizio numero 1 e $g : \text{dom} f \rightarrow \mathbb{R}$ funzione definita da

$$g(x) = |f(x)|$$

Determinare e classificare eventuali punti di non derivabilità di g .

Risposta [punti 3]:

7. Sia $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = 4x \arctan \frac{1}{x}$. Calcolare la primitiva F di f tale che $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = 7$.

Risposta [punti 3]:

8. Determinare la soluzione $y :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dell'equazione differenziale

$$(x+1)y'(x) = 7x\sqrt{x}y^2(x)$$

tale che $\lim_{x \rightarrow 0^+} y(x) = -1$.

Risposta [punti 3]:

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da: $f(x) = \log \frac{x^2}{4-x^2}$

Tracciare un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti, sui fogli di protocollo. Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f .

Risposta [punti 1]:

Studiare la concavità e la convessità di f , calcolando gli eventuali punti di flesso per f .

Risposta [punti 2]:

2. Si determini il numero complesso

$$w = 2 \left(\sqrt{2} + \sqrt{2}i \right) e^{i\pi/4}$$

e se ne scrivano le sue radici cubiche in forma algebrica/cartesiana.

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4(n+1)! - \frac{1}{2^n} + \sin(n^n)}{n! [\log(2^n) - \log(3^n)]}$$

Risposta [punti 3]:

4. Determinare il carattere della serie numerica

$$\sum_{n=3}^{+\infty} (-1)^n \sqrt{\frac{n \sin \frac{1}{n}}{n^2 + 1}}$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(e^{x^2} - 1) - \log^2(\cos x)}{6(6 \cos x + 3 \sinh x^2 - 6)}$$

Risposta [punti 3]:

6. Siano f la funzione definita nell'esercizio numero 1 e $g : \text{dom} f \rightarrow \mathbb{R}$ funzione definita da

$$g(x) = |f(x)|$$

Determinare e classificare eventuali punti di non derivabilità di g .

Risposta [punti 3]:

7. Sia $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = 4x \arctan \frac{1}{x}$. Calcolare la primitiva F di f tale che $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = 7$.

Risposta [punti 3]:

8. Determinare la soluzione $y :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ dell'equazione differenziale

$$(x + 1)y'(x) = 7x\sqrt{xy^2}(x)$$

tale che $\lim_{x \rightarrow 0^+} y(x) = -1$.

Risposta [punti 3]:
